

Viliam Lábsky¹, Josef Bulíček²

Koordinace spojů na společných úsecích v síťovém hledisku

Klíčová slova: *jízdní řád, koordinace, městská hromadná doprava, model, železnice*

Úvod

Příspěvek je zaměřen na představení modelu pro koordinaci jízdních řádů ve veřejné hromadné dopravě s ohledem na její síťovou povahu. Koordinace odjezdů spojů na jednom společném úseku může negativním způsobem ovlivnit koordinaci na úsecích ostatních, resp. v síti jako celku. Prezentovaný optimalizační model, založený na matematickém programování, umožňuje koordinaci v síťovém úhlu pohledu, což je jeho výhodou.

Model vznikl v rámci diplomové práce [1] vytvořené a obhájené na Dopravní fakultě Jana Pernera Univerzity Pardubice. Model byl aplikován v praxi při úpravě jízdních řádů v městské hromadné dopravě (MHD) Pardubice.

Cílem příspěvku je pak model prezentovat, zmínit základní fakta o jeho využití v praxi a rozšířit jej o řešení vybraných aspektů typických pro železniční a regionální dopravu v rámci integrovaného dopravního systému (IDS).

1 Předpoklady pro koordinaci

Ve veřejné hromadné dopravě se koordinace spojů provádí zpravidla ve dvou stěžejních případech – na společných úsecích a v uzlech. Obě úlohy jsou často řešeny samostatně (izolovaně). Koordinovat lze jak příjezdy, tak odjezdy, byť v dalším textu budou zmiňovány převážně jen odjezdy.

1.1 Koordinace na společných úsecích

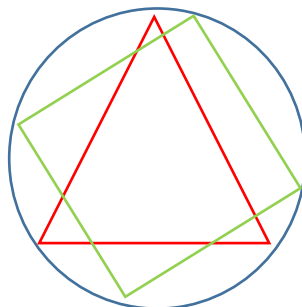
Smyslem koordinace na společných úsecích je zamezit časově souběžné jízdě několika spojů různých linek za sebou a vzniku poměrně velkých časových mezer mezi takto vzniklými skupinami spojů. Důležité to je zejména, pokud je společný úsek poměrně dlouhý tak, že využití jednotlivých spojů různých linek je na tomto úseku zaměnitelné, nebo když využitím spoje jiné linky je možné vytvořit alternativní spojení pro dosažení cíle (např. s přestupem, oklikou) tak, že v celku tak lze zkrátit dobu čekání a rozšířit tím rozsah dopravní nabídky.

Poměrně známou a rozšířenou metodou pro koordinaci odjezdů spojů na společných úsecích je tzv. Žilinská kružnice [2]. Metoda využívá geometrii, je vizuálně názorná

¹ Viliam Lábsky, Ing., 1994, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, obor Technologie a řízení dopravy, zaměstnání Dopravní společnost Zlín-Otrokovice, s.r.o. na pozici dispečer-kolonista. viliamlabsky@gmail.com

² Josef Bulíček, doc. Ing. Ph.D., 1981, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, obor Technologie a management v dopravě a telekomunikacích, zaměstnání tamtéž. josef.bulicek@upce.cz, tel.: 466 036 202.

a tím uživatelsky přívětivá. Pro každou z koordinovaných linek je do kružnice (představující ciferník hodin) vepsán příslušný obrazec (k -úhelník). Počet vrcholů k odpovídá počtu spojů dané linky za cyklus (často za hodinu) a polohy vrcholů na kružnici odjezdům jednotlivých spojů (obr. 1). Pomocí pootáčení jednotlivých obrazců lze poměrně snadno najít řešení koordinace. Z matematického hlediska je kritériem maximalizace minimální odlehlosti (minimálního časového rozestupu) odjezdů. Relativní nevýhodou je izolované řešení jednotlivých úseků.



Obrázek 1: Koordinace na společném úseku, příklad Žilinské kružnice

Pro rozšíření možností koordinace je potřebné popsat posuzovanou posloupnost n odjezdů spojů všech linek na úseku u podle vhodného matematicky vyjádřeného kritéria. Jako perspektivní se jeví tzv. kvadratická míra nerovnoměrnosti [2]. Hodnotu této nerovnoměrnosti $f_q(T_1, \dots, T_n)$ lze vypočítat podle vztahu (1) na základě vzniklých časových rozestupů T_i mezi jednotlivými dvojicemi spojů odjíždějících z dané zastávky (stejným směrem).

$$f_q^u(T_1, \dots, T_n) = T_1^2 + \dots + T_n^2 - \frac{(T_1 + \dots + T_n)^2}{n} \quad (1)$$

Stručně vyjádřeno, od součtu druhých mocnin hodnot jednotlivých rozestupů T_i je odečtena hodnota, která je vyjádřena jako podíl druhé mocniny součtu rozestupů a počtu těchto rozestupů n . Výhodou tohoto vyjádření je, že „váha“ rozestupu narůstá spolu s jeho délkou.

1.2 Koordinace v uzlech

Koordinace v uzlech je naopak předpokladem pro tvorbu přípojů a minimalizaci časových ztrát při přestupech. V sítích MHD je potřeba této koordinace často potlačena díky relativně krátkým intervalům (minimálně na kmenových linkách). S rostoucími hodnotami intervalů (typicky např. v regionální nebo dálkové dopravě) tato koordinace nabývá na významu. Příkladem, kdy se tento typ koordinace uplatňuje prakticky plně, je integrovaný taktový jízdní řád a jeho uzly s koordinovanými příjezdy a odjezdy symetricky umístěnými kolem tzv. osy symetrie. Na druhou stranu, tuto koordinaci ani v MHD nelze zcela opomíjet, důležitá je u linek s delšími intervaly. Typickým příkladem je noční provoz v Brně s koordinací v přestupním uzlu u hlavního nádraží.

2 Model síťové optimalizace

Záměrem modelu je zajistit úsekovou koordinaci na vybraných úsecích v rámci sítě, ale tak, aby koordinací na jednom úseku nebyla narušena koordinace na úsecích

jiných. Cílem je, aby byl nalezen vhodný kompromis. Dalším sledovaným záměrem je i možnost současného řešení koordinace na úsecích i v uzlech.

Model je zaměřen přímo na koordinaci, nikoli na linkotvorbu jako celek nebo na stanovení kapacit linek. Model je formulován jako úloha matematického nelineárního programování a je řešitelný v programu Microsoft Excel pomocí jeho doplňku Řešitel.

2.1 Vstupy modelu

Optimalizace je předpokládána na taktické úrovni při tvorbě jízdního řádu, proto jsou všechny vstupy deterministické. Případná očekávaná zpoždění (např. vlivem plánovaných odklonů apod.) je možné do modelu integrovat jako konstantní prodloužení jízdních dob z výchozí zastávky do jednotlivých koordinovaných úseků sítě. Vstupy modelu jsou následující:

- obsluhovaná dopravní síť, ve které uzly představují místa začátku, ukončení, křížení nebo oddělení linek,
- množina linek L_k , které budou koordinovány (podkapitola 2.2), každý přepravní směr linky je v modelu posuzován jako samostatná linka,
- intervaly na jednotlivých linkách (I_i), předpokladem je striktně periodický provoz,
- množina společných úseků, na kterých má být provedena koordinace (podkapitola 2.3),
- jízdní doby d_{iu} z výchozí (nebo první posuzované) zastávky linky i na zastávky reprezentující jednotlivé koordinované úseky u ,
- váhy jednotlivých koordinovaných úseků g_u , např. hodnoty z intervalu $\langle 0; 3,5 \rangle$, kdy 0 znamená nezahrnutí do kritéria koordinace, hodnoty větší než 1 pak význam úseku „zdůrazňují“; maximální hodnoty je doporučeno volit pro důležité úseky využívané velkým počtem cestujících (např. mezi sídlišti a centry měst),
- případné zvláštní technologické podmínky (podkapitola 2.4).

2.2 Výběr linek ke koordinaci

Jak již bylo naznačeno v podkapitole 2.1, ne všechny linky (popř. ne všechny jejich spoje) musejí být zařazeny do koordinace. Tento krok, byť se zdá přirozený, je pro kvalitu výsledku naprosto zásadní.

V zásadě je potřeba z koordinace vyřadit takové linky, u kterých lze předpokládat poptávku po dané lince jako takové bez možnosti využívat spoje linek jiných.

Jako příklad lze jmenovat např. linky pro obsluhu průmyslových zón, školní spoje, účelové linky nebo i linky vedené zcela odlišným směrem. Příkladem mohou být tangenciální linky na koncových úsecích linek radiálních, kde mohou vznikat společné úseky těchto linek. Takové úseky na okrajích města pak mohou mít minimální přepravní potenciál pro využití vzájemné koordinace (na společném úseku se nenacházejí obvyklé zdroje a cíle cest současně).

Samostatným hlediskem pak je situace, kdy je koordinace navrhována jen pro vybraný (zpravidla) páteřní subsystém MHD, např. jen pro trolejbusové nebo tramvajové linky. V tomto případě je ale vždy vhodné uvážit, zdali je taková dekompozice vhodná. Jinými slovy, jestli se v oblasti nenacházejí i další linky např. veřejné linkové dopravy (příměstské autobusové linky), které by bylo vhodné integrovat a do koordinace zahrnout.

2.3 Výběr úseků ke koordinaci

Dalším krokem, který významně napomáhá řešení, je výběr úseků, které budou předmětem koordinace. U každého úseku musí být individuálně posouzeno, zdali je či není vhodný ke koordinaci. Z koordinace lze vyřadit v zásadě úseky:

- a) kde je provozována jen jedna koordinovaná linka a úseková koordinace tak vzniká přirozeně periodickým provozem právě této linky v pravidelném intervalu,
- b) úseky, kde není možné předpokládat zaměnitelnost jednotlivých linek (na společném úseku nejsou současně tak významné zdroje a cíle cesty, že by existovala relevantní část cestujících, pro které by koordinace měla význam),
- c) úseky, které jsou obsluhovány takovým počtem spojů tak, že vznikají velmi krátké rozestupy a případné nekoordinované odjezdy nepůsobí pro cestujícího velké časové ztráty (rozestupy se pohybují např. v řádu několika málo jednotek minut),
- d) spojovací úseky koordinovaných částí sítě, není-li konkrétní důvod uplatnit koordinaci i na nich.

Smyslem tohoto výběru je jednak omezit rozsah koordinace na takové úseky, kde koordinace bude skutečným přínosem s možností dosáhnout zajímavých výsledků oproti „celosíťovému kompromisu“, který by zahrnutí všech úseků přineslo. Jedná se sice o poměrně subjektivní krok, ale při důsledném dodržování postupu podle bodů a)–d) uvedených výše si lze toto vymezení poměrně efektivně usnadnit.

Matematicky lze důležitost jednotlivých úseků vyjádřit pomocí konstant g_u , vyjadřujících váhu úseků. Hodnota $g_u = 0$ úsek z koordinace vyřadí úplně; $g_u \in (0;1)$ důležitost úseku oslabí; $g_u = 1$ vyjadřuje „standardní důležitost“ a hodnoty $g_u > 1$ naopak důležitost úseku ve smyslu požadavku na pravidelnost zdůrazňují. Váhy úseků nejsou závazné a záleží na tom, kdo problém řeší, jak si váhy nastaví. Musí ale přitom respektovat místní podmínky. Částečně pak váhy mohou zároveň sloužit i jako prostředek kalibrace modelu.

2.4 Zvláštní technologické podmínky

Obecně je tato skupina podmínek zavedena pro možnost vložení dalších omezení, která vycházejí z konkrétní praxe. V rámci [1] byly formulovány podmínky pro délku doby obratu na konečných, resp. pro čerpání bezpečnostních přestávek, pro počet nasazených vozidel, tvorbu přestupních vazeb, bezkonfliktnost (např. nemožnost vzájemného předjíždění spojů na trolejbusových tratích) a pro energetická omezení (kapacita trakčních zařízení).

V rámci zvláštních technologických podmínek je možné pak uplatnit i další omezení vyplývající z charakteru provozu řešeného dopravního systému. Může tak být zahrnuta nutnost zohlednit např. staniční nebo traťové provozní intervaly v železniční dopravě, omezený počet nástupních hran v některých uzlech (maximální počet spojů odbavovaných současně) a další okolnosti.

2.5 Koordinace v uzlech

Požadavky na koordinaci v uzlech je možné zadat ve formě omezujících podmínek. Existuje navíc více možností, jak takové podmínky formulovat. Může se např. jednat o požadavek, že odjezdy vybraných linek z dané zastávky budou náležet do stanoveného intervalu. Alternativně lze podmínku formulovat například jako požadavek, že odjezd spoje druhé linky v pořadí bude následovat do stanovené doby po odjezdu spoje linky první.

Na tomto místě je ale nutno upozornit na riziko, že v některých případech mohou být takové podmínky důvodem neexistence přípustného řešení úlohy. V zásadě je ale možné právě takto koordinaci na úsecích a v uzlech integrovat do jedné úlohy.

2.6 Proměnné modelu

Matematický model je založen na tolika celočíselných nezávislých proměnných x_i^v , jaká je hodnota dvojnásobku počtu koordinovaných linek, resp. kolik je zohledňováno jejich samostatně řešených směrů (kolik je prvků množiny L_k).

Každá z těchto proměnných x_i^v vyjadřuje první odjezd dané linky z výchozí (popř. první posuzované) zastávky v rámci řešeného časového období v počtu minut uplynulých od začátku řešeného období. Z uvedeného zároveň vyplývají podmínky, že hodnoty všech proměnných $x_i^v \in \langle 0; I_i \rangle$. Časové polohy ostatních odjezdů jsou stanovovány v závislosti na hodnotách x_i^v a intervalu I_i jakožto hodnoty závislých proměnných. Vyhodnocení situace na jednotlivých koordinovaných úsecích u se pak provede pomocí jízdních dob d_{iu} jako $x_i^u = x_i^v + d_{iu}$. V zájmu zpřehlednění je výhodné pro získání těchto hodnot v aplikaci Microsoft Excel vytvořit speciální výpočetní list.

2.7 Matematická formulace modelu

Vztahy (2)–(6) představují základní tvar formulované úlohy nelineárního matematického programování pro řešení daného problému.

Účelová funkce je dána vztahem (2), základní omezující podmínky pak vztahy (3) až (6).

Minimalizovat

$$f(x_i^v) = \sum_{u \in U} g_u \cdot f_q^u \quad (2)$$

Za podmínek:

$$x_i^v \leq I_i - 1 \quad \forall i \in L_k \quad (3)$$

$$x_i^v \in N^0 \quad \forall i \in L_k \quad (4)$$

$$g_u \geq 0 \quad \forall u \in U \quad (5)$$

$$f_g^u \geq 0 \quad \forall u \in U \quad (6)$$

kde:

L_k množina samostatně uvažovaných směrů koordinovaných linek (dále jsou zjednodušeně označovány jen jako linky),

i index linky,

x_i^v odjezd linky i z výchozí (první posuzované) zastávky v minutách od počátku vyhodnocovaného období [min],

g_u váha úseku u , např. hodnota zohledňující počet cestujících využívajících koordinaci na úseku,

U množina koordinovaných úseků,

u index pro koordinované úseky (resp. zastávky charakterizující tyto úseky),

f_q^u hodnota kvadratické míry nepravidelnosti na úseku u – podle vztahu (1) [min²],

I_i interval na lince $i \in L_k$ [min],

N^0 obor přirozených čísel rozšířený o hodnotu 0.

Vztahy (3) až (6) představují tzv. základní podmínky. K nim mohou být přidávány ještě podmínky rozšiřující. Rozšiřující podmínky jsou formulovány při řešení úlohy v návaznosti na potřeby praxe. Patří sem např. zvláštní technologické podmínky zmíněné v podkapitole 2.4. Přidány sem mohou být ale např. i podmínky omezující

rozmezí, ve kterém mohou být první odjezdy umístěny, popřípadě podmínky vzhledem ke koordinaci v uzlech (podkapitola 2.5).

2.8 Optimalizace

Jak již vyplynulo ze vztahů (1)–(6), cílem řešení tohoto problému je nalezení takových hodnot x_i^v , při kterých bude nalezena minimální hodnota účelové funkce – váženého součtu hodnot kvadratické míry nerovnoměrnosti za všechny úseky v koordinaci. Tato hodnota sama o sobě nemá příliš velký praktický význam. Nepostradatelná je ale jako kritérium umožňující najít efektivní řešení a případně různá řešení z hlediska kvality koordinace porovnat.

Model byl úspěšně odzkoušen v aplikaci Microsoft Excel s využitím jeho doplňku Řešitel. Z matematického hlediska je pro řešení využít evoluční algoritmus, který patří do skupiny heuristických algoritmů. Důsledkem je, že nalezená řešení jsou pouze suboptimální. Nicméně, jak ukázaly i realizované výpočty v rámci [1], jejich kvalita je z hlediska provozu přijatelná. Aplikace algoritmu prohledávajícího všechny možné varianty řešení je v mnoha případech nereálná díky velmi velkému počtu těchto variant.

3 Aplikace v prostředí MHD Pardubice

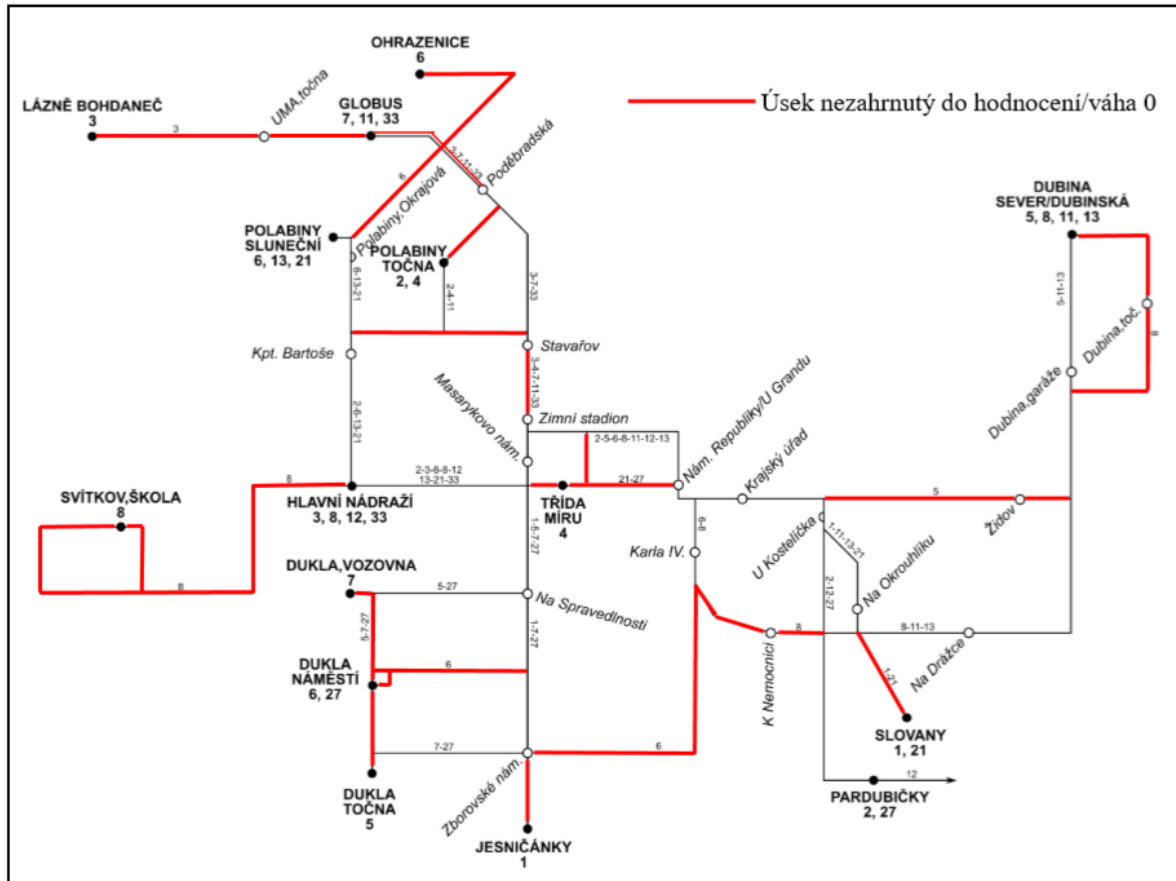
Prezentovaný model vznikl v rámci diplomové práce [1] a byl aplikován v MHD Pardubice a úspěšně odzkoušen na víkendových prázdninových jízdách řádech v roce 2017. Poznatky pak byly dále aplikovány v upravených jízdách řádech platných od 10. 12. 2017 a připravených s ohledem na rozšíření trolejbusové sítě (realizované od 8. 3. 2018). Dopravní podnik města Pardubic a.s. má vzniklé optimalizační pomůcky nadále k dispozici.

Především aplikace metody o prázdninových víkendech v roce 2017 byla klíčová, neboť na páteřních linkách byl prodloužen interval z 20 na 30 min. Změnami v koordinaci došlo k jisté formě kompenzace tohoto opatření ve formě lepšího rozložení spojů na klíčových úsecích (odstranění souběhů, které se ve starších jízdách řádech objevovaly).

3.1 Síť koordinovaných linek

Do koordinace bylo pojato celkem 14 linek MHD Pardubice. Jedná se o linky s periodickým provozem (k 1. 4. 2017). Zahrnuty jsou tak všechny linky trolejbusové č. 1–5, 7, 11, 13, 21, 27 a 33 a linky autobusové č. 6, 8 a 12.

Podle uvedených linek vznikne síť, která se skládá ze 37 úseků, na kterých je vyhodnocována koordinace (obr. 2). Tyto úseky nejsou vymezeny všemi zastávkami, ale jen těmi zastávkami, na kterých dochází ke směrovému dělení linek, popř. k ukončování linek. Každý směr jízdy je pak zpracováván jako samostatný úsek.



Obrázek 2: Síť koordinovaných linek MHD Pardubice
Zdroj: [1]

Na druhou stranu, ne pro všechny tyto úseky jsou hodnoty parametrů koordinace (kvadratická míra nepravidelnosti) zohledňovány v účelové funkci. K vyřazení úseků dochází podle pravidel uvedených v podkapitole 2.3.

Úseky byly při této konkrétní optimalizaci ohodnoceny vahami v rozsahu $g_u \in \langle 0; 3,5 \rangle$; kde hodnota $g_u = 0$ vyřadila úsek z koordinace a maximální hodnota $g_u = 3,5$ byla volena na radiálních úsecích spojujících sídliště s centrem města. Určení těchto hodnot bylo provedeno v rámci kalibrace modelu pro podmínky města Pardubic.

3.2 Výsledky koordinace (víkendy, letní prázdniny 2017)

Výsledek aplikace metody je patrný z komplexní tab. 1, která porovnává jízdní řády připravené s podporou prezentovaného modelu pro prázdninové víkendy roku 2017 s výchozími jízdními řády využívanými o víkendech v minulosti. Vyčísleny jsou i hodnoty kvadratické míry nepravidelnosti (KMN) stejně, jako vypsány časové rozestupy objevující se na jednotlivých úsecích.

Tabulka 1: Výsledky koordinace pro víkendové dny letních prázdnin 2017

Úsek	Úsek	Výchozí		Léto 2017		
		Rozestupy	KMN	Rozestupy	KMN	+/-
Zimní stadion - Stavařov	1	9-6-2-13-9-6-2-13	130	11-4-6-9-11-4-6-9	58	-72
	2	3-9-8-10-3-9-8-10	58	9-1-9-11-9-1-9-11	118	60
Hlavní nádraží - Kpt. Bartoše	3	6-8-6-6-8-6-6-8-6	8	9-11-10-9-11-10	4	-4
	4	5-6-9-5-6-9-5-6-9	26	13-7-10-13-7-10	36	10
Stavařov - Hradecká - Poděbradská	5	9-6-15-9-6-15	84	11-10-9-11-10-9	4	-80
	6	3-17-10-3-17-10	196	9-10-11-9-10-11	4	-192
Polabiny, toč. - Polabiny, Kosmonautů	7	8-12-18-2-20	216	18-12-18-12	36	-180
	8	6-20-4-16-14	184	16-14-16-14	4	-180
Kpt. Bartoše - Okrajová/Sluneční	9	8-12-8-12-8-12	24	11-19-11-19	64	40
	10	11-9-11-9-11-9	6	13-17-13-17	16	10
Hlavní nádraží - Masarykovo náměstí	11	4-1-4-5-6-0-4-5-5-1-5-4-5-1-4-6	55	7-3-7-0-6-7-7-3-7-0-6-7	84	29
	12	2-6-2-6-4-2-3-5-6-2-2-2-8-5-1-4	63	4-5-6-10-0-5-4-5-6-10-0-5	104	41
Náměstí Republiky - Karla IV.	13	5-15-5-15-5-15	150	7-23-7-23	256	106
	14	18-2-18-2-18-2	384	10-20-10-20	100	-284
Masarykovo nám. - Na Spravedlnosti	15	7-3-10-7-13-0-7-13	144	10-12-8-10-12-8	16	-128
	16	5-3-12-5-13-2-5-15	176	13-5-12-13-5-12	76	-100
U Kostelíčka - Pardubičky, točna	17	20-20-20	0	30-30	0	0
	18	20-20-20	0	30-30	0	0
U Kostelíčka - Na Okrouhlíku	19	9-11-3-6-11-9-4-7	64	11-5-14-11-5-14	84	20
	20	5-10-5-5-15-5-0-15	200	3-10-17-3-10-17	196	-4
Na Drážce - Na Okrouhlíku/K Nem.	21	10-5-5-10-10-5-10	50	8-9-13-8-9-13	28	-22
	22	4-10-6-4-16-4-0-16	246	6-11-13-6-11-13	52	-194
Dubina, Sever - Dubina, garáže	23	12-3-5-12-8-5-7-8	74	10-7-13-10-7-13	36	-38
	24	1-15-5-9-6-5-15-4	184	10-11-9-10-11-9	4	-180
Slovany - Na Okrouhlíku	25	20-20-20	0	30-30	0	0
	26	20-20-20	0	30-30	0	0
Zborovské nám. - Na Spravedlnosti	27	3-17-13-7-20	196	17-13-17-13	16	-180
	28	10-10-20-0-20	280	12-18-12-18	36	-244
Masarykovo nám. - Nám. Republiky	29	4-2-3-2-3-6-4-2-3-2-3-6-4-2-3-2-3-6	34	7-9-1-4-3-6-7-9-1-4-3-6	84	50
	30	2-0-8-5-1-4-2-0-3-5-5-1-4-2-0-8-5-0-1-4	120	3-8-2-8-0-2-7-3-8-2-8-0-2-7	131	11
Nám. Republiky - Krajský úřad	31	6-6-5-3-0-6-6-5-3-6-4-2-5-3	45	7-4-5-5-9-7-4-5-5-9	32	-13
	32	8-5-1-6-3-5-5-1-6-8-5-0-1-6	91	3-10-8-2-7-3-10-8-2-7	92	1
Na Spravedlnosti - Dukla, nám.	33	20-20-20	0	30-30	0	0
	34	30-30	0	30-30	0	0
Odjezdy z Globusu směr centrum	35	3-7-10-10-3-7-10-10	66	1-10-11-8-1-10-11-8	122	56
Odjezdy z Dukly směr centrum	36	7-1-12-8-9-3-8-12	106	10-11-9-10-11-9	4	-102
Odjezdy z centra na Dubinu	37	4-2-8-6-4-2-14-4-0-2-14	225	11-10-3-6-11-10-3-6	82	-143
Celkem			3885		1979	-1906

Zdroj: [1]

Celkem bylo zlepšeno 19 úseků, 12 úseků se zhoršilo a 6 úseků zůstalo beze změny (úseky obsluhované jedinou linkou). Velikost zlepšení dosahuje mnohem vyšších hodnot než velikost zhoršení (průměrná hodnota zlepšení je o 123 min² a zhoršení o 36,2 min²). Uvedené hodnoty kvadratické míry nepravidelnosti popisují rovnoměrnost rozložení spojů v čase, nikoli jejich počet. Z toho důvodu je v úseku Na Spravedlnosti – Dukla, nám. zaznamenána stejná hodnota před i po změně (tab. 1). Obě varianty 20–20–20 a 30–30 min představují „ideální“ koordinaci. Počet spojů nehraje roli pro hodnotu kritéria.

Pozitivní vliv koordinace je možné spatřovat např. na úseku Polabiny, Kosmonautů – Polabiny, točna, kdy původně zde bylo provozováno 5 spojů za hodinu ve vzájemných rozestupech 6–20–4–16–14 min. Po úpravě jsou zavedeny 4 spoje s rozestupy 16–14–16–14 min, čímž došlo ke snížení maximální hodnoty časového rozestupu z 20 min na 16 min a k odstranění „téměř souběžných“ spojů v rozestupu 4 min. Poměrně velké variační rozpětí hodnot rozestupů bylo identifikováno jako problém. Pro ilustraci je možné nové řešení srovnat s hypotetickou variantou 22–8–22–8, která má při 4 spojích podobnou hodnotu kvadratické míry nepravidelnosti (196 min²) jako původní řešení (184 min²) s pěti spoji.

Další podrobnosti o aplikaci modelu je možné najít přímo v dané diplomové práci [1].

4 Možnosti využití modelu v prostředí železnice a IDS

Před ukázkou aplikace modelu v prostředí železnice je potřebné nejprve připomenout alespoň základní odlišnosti v požadavcích na koordinaci vlaků na železnici, resp. základní rozdíly v předpokladech pro řešení. Následně pak lze přistoupit k úpravě modelu a k jeho aplikaci.

4.1 Požadavky na koordinaci na železnici a v IDS

Základní odlišností z hlediska koordinace je možnost provozu více kategorií vlaků osobní dopravy na stejné trati, s různými dobami jízdy a s různým způsobem zastavování v jednotlivých zastávkách a stanicích.

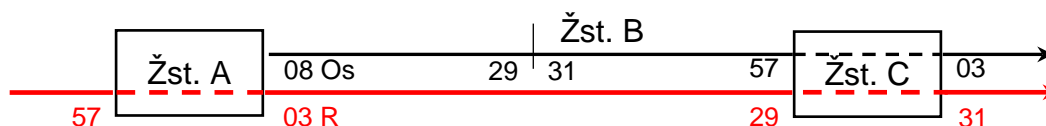
Otázkou pak je, zdali jsou dané vlaky z hlediska poptávky cestujících „zaměnitelné“ a tudíž, zdali jejich časová koordinace na společném úseku může přispět ke zkvalitnění dopravní nabídky díky lepšímu rozložení spojů v čase. Jako evidentní příklad lze zmínit např. dvojici regionálního osobního vlaku a dálkového nočního vlaku sestaveného jen z lůžkových a lehátkových vozů. Tato situace pravděpodobněji vyžaduje koordinaci těchto vlaků ve zvoleném uzlu, kdy osobní vlak může být využit jako přípoj k dálkovému vlaku. Společně ale na společném úseku nabídku doplní jen omezeně. Přirozeně, ke každé dvojici vlaků (podle jejich kategorií) je potřebné přistupovat individuálně. Důležitý je i ohled na místa zastavování jednotlivých vlaků (jaký význam má dosažená koordinace pro jednotlivé mezizastávkové nebo mezistaniční relace).

Rozdíly v dobách jízdy u vlaků jednotlivých kategorií se projeví tím, že koordinace (ani příslušná hodnota kvadratické míry nepravidelnosti) není shodná pro celý koordinovaný úsek (trať).

V některých případech může dojít i k zajímavému paradoxu, kdy vlaky různých kategorií odjíždějící z výchozí stanice v krátkém odstupu za sebou (koordinace v uzlu) mohou díky různým jízdním dobám a stále se zvětšujícímu rozestupu mezi těmito vlaky (prostorovému, časovému) v některých dalších stanicích vytvořit i poměrně kvalitní koordinaci na společném úseku. Koordinace odjezdů v uzlu se tak může „proměnit“ v koordinaci na úseku, příp. v nekoordinované příjezdy.

Odišný způsob zastavování jednotlivých vlaků má pak za následek, že koordinace vhodná pro některé z cestujících může být naopak zcela nevhodná pro cestující další. Koordinace v uzlu může být vhodná např. pro přestupující cestující z rychlíku (R) na osobní vlak (Os), zatímco koordinace na úseku pro cestující pouze mezi stanicemi úseku (ohraničujícími úsek).

Představu o většině z těchto aspektů podává zjednodušeně příklad na obr. 3.



Obrázek 3: Aspekty koordinace v železniční dopravě

V rámci IDS nastává podobná situace jako na železnici. Souběžné vedení železničních a autobusových linek může tvořit analogii k otázce různých kategorií vlaků stejně, jako dálkové a regionální linky veřejné linkové (autobusové) dopravy mohou tvořit analogii ke vztahu vlaků kategorií R a Os. Kromě toho se může objevit i aspekt linek spojující stejná sídla, avšak po odlišných trasách. Podobná je i otázka obsluhy nespojitých množin zastávek jednotlivými linkami stejné „kategorie“. Klíčovým

aspektem je podobnost technologie železniční a regionální dopravy (podobné hodnoty intervalů, principy tvorby návazností).

Obecně lze konstatovat, že v kombinaci obou prezentovaných variant aplikace modelu (v MHD a v železniční dopravě) lze najít návod pro modelování IDS obecně. U příměstské dopravy lze spatřovat paralelu v aplikaci pro MHD. V oblastech s méně intenzivním provozem veřejné hromadné dopravy pak lze využít principy diskutované na příkladu aplikace v dopravě železniční.

4.2 Otázka prostorových oddílů

Důležitou omezující podmínkou na železnici jsou jednokolejné úseky, resp. prostorové oddíly. Každý prostorový oddíl přirozeně může být obsazen pouze jedním vlakem (s výjimkou tzv. vjezdů na obsazenou dopravní kolej ve stanicích). Toto s sebou přináší hned několik problémů vzhledem k prezentovanému modelu koordinace dopravy.

Prvním problémem je už samotné vymezení jednotlivých prostorových oddílů. Pro maximálně přesné řešení musejí být do modelu pojaty všechny prostorové oddíly samostatně (na rozdíl od řešení jen vybraných zastávek na úseku v MHD).

Druhým problémem je, že prostorový oddíl nemusí být vždy ohraničen dopravními s kolejovým rozvětvením. Kromě podmínek pro volnost jednotlivých oddílů tak musejí být do modelu vytvořeny i podmínky pro „nepřímé“ obsazení jízdami vlaků a jejich sledy.

Třetím problémem je pak způsob organizace dopravy na vícekolejných tratích, kdy v některých případech může být využita kolej pro opačný směr jízdy i k letmému předjetí vlaku jiného (pomalejšího).

I pokud by byla přijata poměrně zásadní zjednodušení, tato omezení vytvářejí požadavek na další omezující podmínky, které je navíc nutné uplatnit pro velké množství řešených prostorových oddílů. Důsledkem je, že řešení úlohy matematického programování (prezentované v kapitolách 2 a 3) s těmito podmínkami by překročilo výpočetní možnosti i v případě sítí relativně malého rozsahu.

Prezentovanou aplikaci modelu je tak nutné položit do roviny, kdy model nebude (na rozdíl od daného příkladu v MHD) využít pro nalezení konkrétních časových poloh odjezdů, ale jen jako optimalizační pomůcka poskytující informaci o „limitním cíli“, ke kterému se pak bude vhodné při sestavě jízdního řádu přibližovat.

Naopak v případě velkých investičních akcí (nově budovaná infrastruktura, příp. zásadní rekonstrukce) lze toto řešení využít jako vstup do tzv. úlohy inverzního stanovování kapacity [3]. Tímto způsobem lze najít takovou formu organizace provozu, které má být infrastruktura ideálně přizpůsobena.

Při zanedbání podmínek z hlediska obsazení prostorových oddílů by pak patrně bylo možné očekávat přesnější výsledky jen v sítích dvoukolejných nebo vícekolejných tratí vybavených automatickým blokem. Matematicky ale ani tak vyloučit odchylku zcela nelze.

Dále je k dispozici možnost uživatelského zadání omezujících podmínek (povolených rozmezí odjezdu) pro vybrané linky a stanice, díky čemuž lze polomanuálně odstranit případně taková řešení, která by se jevila jako absolutně nerealistická. Výsledné řešení pak může vzniknout v rámci iterativního procesu postupným doplňováním omezujících podmínek pro odstranění jednotlivých nastalých konfliktů v jízdním řádu, případně lze takto zadat i vhodné další předpoklady pro budoucí jízdní řád. Přirozeně, pokud rozsah výpočtu tuto technologickou modifikaci umožní.

4.3 Potřeba modifikací modelu pro aplikaci v železniční dopravě (IDS)

Jak vyplynulo z podkapitoly 4.1, podstatné změny musejí být spojeny s vymezením „profilů“, na kterých je koordinace vyhodnocována a optimalizována (popř. pouze sledována). Nejedná se o úseky sítě jako takové, ale o situaci „na odjezdech (popř. příjezdech) z (do) vybraných stanic nebo zastávek“. Zastoupeny tak mohou být jak hraniční stanice vymezující jednotlivé úseky, tak i vybrané stanice uvnitř úseků (s odlišnými parametry koordinace díky absenci nezastavujících vlaků).

V některých případech toto může být rozšířeno i o otázku, které vlaky jsou do koordinace zařazeny a které nikoli. V některých případech se může jednat např. jen o regionální vlaky v rámci IDS. Na druhou stranu, přistoupení k tomuto opatření je nejednoznačné a je doporučeno jej vždy důsledně odůvodnit. V rámci prezentované metody lze v tomto najít paralelu k vyřazení úseků z koordinace v MHD (podkapitola 2.3) navíc s tím rozdílem, že na železnici nehrají roli úseky jako takové, ale jednotlivé stanice.

Další související otázkou je vztah k navazujícím částem železniční sítě. Železniční doprava je síťové odvětví a nikdy nelze tuto provázanost zcela pominout. Z toho důvodu je vhodné v „hraničních“ stanicích vytvořit specifické omezující podmínky vymezující interval přípustnosti pro odjezdy (příjezdy) spojů linek v těchto stanicích tak, aby byly s okolní sítí provázány.

Ve zde prezentované případové studii nejsou zahrnuty ani podmínky pro oběhy souprav. V případě potřeby je lze doplnit jako další dodatečné omezující podmínky vytvářející závislosti mezi příjezdy a odjezdy.

4.4 Matematické řešení modelu

Podobně jako v případě aplikace u MHD, i v prostředí železnice je vytvořen kalkulační list v prostředí počítačové aplikace Microsoft Excel modelující základní vazby a omezující podmínky v řešené síti. K optimalizaci je pak opět využito doplňku Řešitel a evolučního algoritmu.

Jako další podstatný rozdíl se projevil fakt, že jsou více zastoupeny delší linkové intervaly I_i , v maximálních hodnotách např. 120 min namísto 30 min v MHD. Nezávislé proměnné x_i^v udávající časové polohy odjezdů prvních vlaků v rámci periody tak pocházejí z delšího intervalu vymezujícího jejich definiční obor např. $\langle 0; 120 \rangle$ namísto $\langle 0; 30 \rangle$. Díky většímu počtu přípustných hodnot (120 namísto 30 v celočíselném vyjádření) vzniká větší počet možných kombinací řešení.

Jako efektivní se ukázal nepřímý způsob výpočtu dílčích hodnot kritéria – kvadratické míry nepravidelnosti pro každou posuzovanou situaci (stanici a směr). Podle počtu koordinovaných linek a struktury jejich intervalů byly hodnoty kvadratické míry nepravidelnosti tabelovány. Následně je pak každému prohledávanému řešení v rámci koordinace hodnota přímo přiřazena podle situace (konfigurace odjezdů) vzniklé v prohledávané variantě koordinace. Na druhou stranu, se zvětšujícím se rozsahem úlohy se projevuje suboptimální povaha výsledku evolučního algoritmu a větší citlivost kvality výsledku na vstupní řešení.

Ke každé posuzované situaci, tj. koordinaci v dané stanici a v daném směru, lze přiřadit váhu. Princip je stejný jako v případě MHD – nulovou hodnotou váhy lze danou situaci vyřadit z posuzování. Hodnotou větší než 1 pak lze význam situace naopak zvýšit. Rozdílem je, že zde jsou váženy jednotlivé situace (jejich počet v jedné stanici může odpovídat až dvojnásobku počtu zaústěných tratí, je-li koordinace příjezdů a odjezdů posuzována samostatně). Na druhou stranu, v opačném případě i mnohé celé stanice jsou zanedbány (odpovídá-li koordinace např. situaci na vstupu do celého traťového úseku).

5 Ukázka aplikace modelu v Hradecko-pardubické územní aglomeraci

Hradecko-pardubická územní aglomerace představuje vhodné prostředí pro ukázkou aplikace modelu. Soubor tratí existujících v tomto území, resp. těsně za jeho hranicemi (se silnou vazbou na toto území) zahrnuje různé typy tratí – koridorovou tratí mezinárodního významu počínaje, regionálními tratěmi s relativně malým rozsahem provozu konče. Tyto tratě navíc vzájemně vytvářejí síť. Modelovaná síť je vymezena železničními stanicemi: Chlumec nad Cidlinou, Ostroměř, Jaroměř, Týniště nad Orlicí, Choceň, Slatiňany a Přelouč (obr. 4).

5.1 Linky zahrnuté do modelu

Přehled linek zahrnutých do modelu podává tab. 2. Tyto linky byly vytvořeny idealizovanou cestou. Linkové vedení bylo oproti realitě upraveno tak, aby mohly být sledovány vybrané efekty. Na všech linkách je důsledně předpokládán taktový jízdní řád. Pro prohloubení zkoumání síťového efektu je předpokládán provoz i v úsecích Hněvčeves – Smiřice a Holice – Borohrádek nebo je zavedena i přímá linka Pardubice – Holice. Vybrané časové aspekty jízdního řádu jsou založeny na jízdních řádech [4], použitá data jsou ale v rámci zjednodušení upravena.

Tabulka 2: Uvažované linky v ilustračním příkladu koordinace na železnici

Linka	Takt [min]	Linka	Takt [min]	Linka	Takt [min]
R Přelouč – Choceň	60	R Chlumec n. C. – Jaroměř	60	Os Hradec Králové – Ostroměř	60
Os Přelouč – Choceň	60	Os Pardubice – Hradec Králové	60	Sp Chlumec n. C. – Ostroměř	120
R Pardubice – Jaroměř	120	Os Chlumec n. C. – Týniště n. O.	60	Os Chlumec n. C. – Ostroměř	120
Sp/Os Pardubice – Jaroměř	120	Sp Hradec Králové – Týniště n. O.	60	Os Pardubice – Slatiňany	60
Os Pardubice – Holice	120	Os Hněvčeves – Smiřice	120	Sp Pardubice – Slatiňany	60
Os Chrudim – Borohrádek	120	Os Týniště n. O. – Choceň	60		

5.2 Požadavky na koordinaci v uzlech

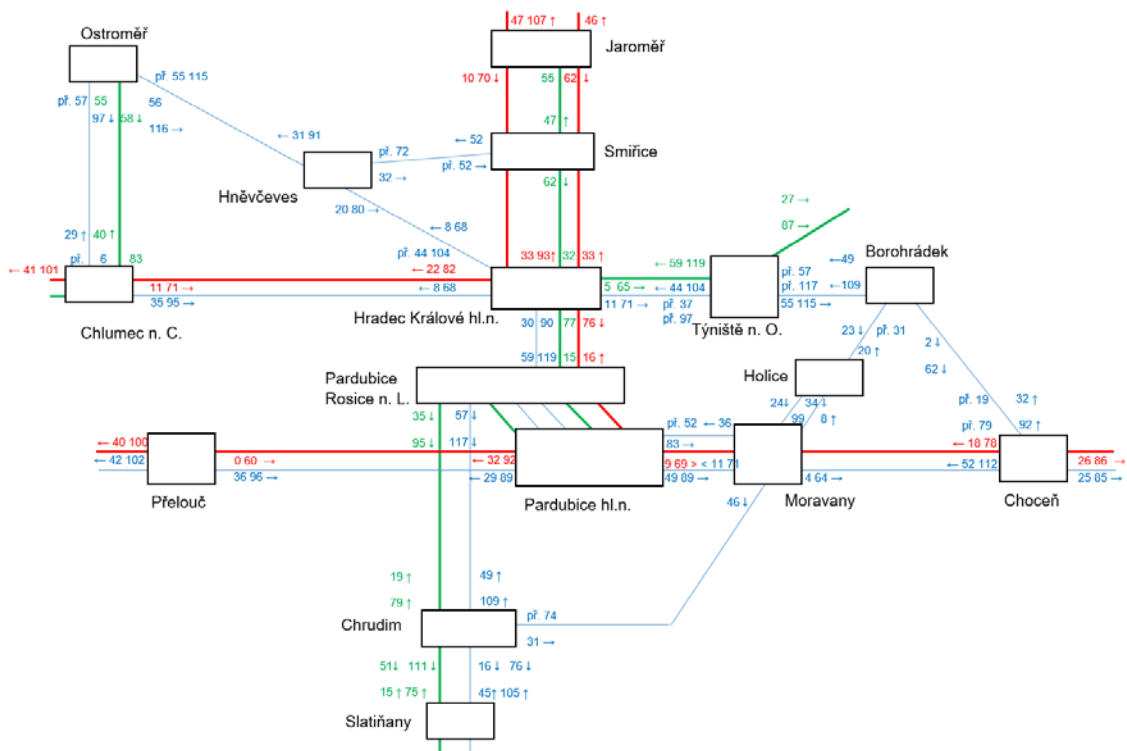
Koordinace v uzlech je požadována pro přestupy z Pardubic do Moravan v Chrudimi, z Pardubic do Holic v Moravanech, z Holic do Týniště nad Orlicí, z rychlíků od České Třebové do Borohrádku v Chocni a z Hradce Králové směr Hněvčeves ve Smiřicích. Záměrně nebyla požadována koordinace v největších stanicích Hradec Králové hl. n. a Pardubice hl. n., aby mohl být zkoumán výsledek v odlišných podmínkách než ve skutečnosti a s akcentem na regionální dopravu (IDS).

5.3 Požadavky na koordinaci na společných úsecích

Kvadratická míra nepravidelnosti byla sledována stejně ve všech dopravních uvedených na obr. 4 a na vybraných dalších profilech s váhou 1. Provedení případné redukce sledovaných úseků, resp. implementace vah, podobně jako v případě aplikace v MHD vytváří další prostor, jak řešení zlepšit a zaměřit jej na dosažení příznivých výsledků v klíčových úsecích. Nicméně z teoretického hlediska je vhodné jako výchozí řešení vyzkoušet metodu bez dalších zásahů (pro jejich subjektivní charakter).

5.4 Výsledky základního řešení

Dosažené rozestupy v prokladu zpravidla nejsou zcela pravidelné, je to ale dáno předpokladem rovnocenně zahrnout všechna místa, kde lze koordinaci vyhodnocovat. Výsledek tak zároveň poskytuje zpětnou validaci kroku o vyřazení vybraných úseků z koordinace, který byl úspěšně aplikován v případě MHD Pardubice. Dalšími důvody jsou pak zmiňovaný síťový přístup, nutnost koordinovat různé linky (některé obsluhující ne všechny sledované stanice trati, některé vedené jen v části trati), ale i integrace podmínek pro koordinaci ve vybraných uzlech. Výsledky jsou na zjednodušeném síťovém schématu na obr. 4.



Obrázek 4: Výsledky ilustrační aplikace koordinačního modelu na železnici v Hradecko-pardubické aglomeraci bez technologické kalibrace

Uváděny jsou pouze odjezdy z klíčových stanic. Případně uvedené příjezdy jsou označeny zkratkou. Nejsou-li odjezdy uvedeny (např. Pardubice hl. n. ve směru Pardubice-Rosice nad Labem), je to z důvodu přehlednosti. K základní orientaci lze využít údaje u dalších stanic. Zároveň je nutno dodat, že v souladu s podkapitolou 5.2 koordinace v uzlu Pardubice není předmětem zadání (omezujících podmínek).

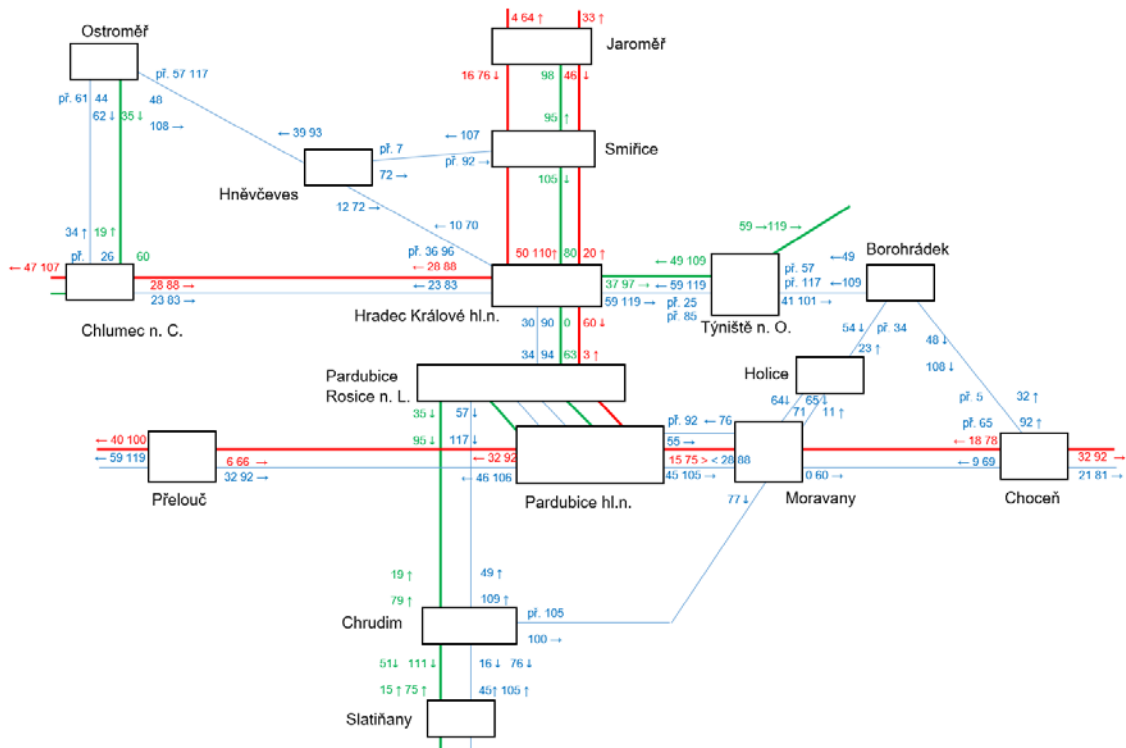
Na modelu a jeho výsledcích byla provedena jen základní kalibrace tak, aby mohly být výsledky prezentovány prakticky v „originální“ formě. Technologická modifikace s cílem vytvořit dodatečné technologické úpravy provedena nebyla. Přirozeně, při nasazení modelu v praxi, je možné do modelu přidávat dodatečné omezující podmínky s cílem přiblížit řešení praktickým potřebám. Je ale nutno dodat, že tyto podmínky mohou zhoršit kvalitu řešení (zvýšit hodnotu součtu měř nepravidelnosti), případně způsobit až neexistenci přípustného řešení.

Pro ilustraci, už jen při zavádění podmínek pro koordinaci v uvedených uzlech bylo nutné nastavit maximum přestupní doby až na 20–30 minut, aby mohlo být nalezeno přípustné řešení.

5.5 Technologicky modifikované řešení

Vzhledem k uvedenému, kdy výsledek základního řešení představuje matematicky kompromisní řešení, byla pro ilustraci možného dalšího upřesňování vytvořena jedna varianta technologicky modifikovaného (kalibrovaného) řešení. Ovšem ani u této varianty není cílem prezentovat precizované řešení do posledních důsledků, cílem je ukázat, jak lze s metodou variabilně pracovat a přibližovat se vhodnému řešení. Zároveň se jedná o ukázkou možného zjednodušení i z hlediska rozsahu výpočtu.

V této variantě tak byla manuálně vytvořena a zadána koordinace na tratích Pardubice – Jaroměř a Slatiňany – Pardubice, které propojují jih a sever aglomerace navzájem. Modelem je pak dotvořen návrh jízdního řádu pro ostatní linky. Výsledek je na obr. 5.



Obrázek 5: Výsledky ilustrační aplikace koordinačního modelu na železnici v Hradecko-pardubické aglomeraci s manuálním zadáním Slatiňany – Jaroměř

6 Diskuse výsledků aplikace modelu na železnici

Ve srovnání s podmínkami v MHD na železnici je potřeba na jednotlivých úsecích koordinovat relativně menší počet spojů (vlaků), resp. periodicky provozovaných linek. Díky větším hodnotám intervalů (příp. taktů) vystupuje do popředí otázka způsobu koordinace v jednotlivých uzlech. Díky většímu rozsahu hodnot nezávislých proměnných narůstají i výpočetní nároky.

Je nutné konstatovat, že model by bylo možné zařadit na mezoskopickou úroveň modelování. Znamená to, že řada provozních podmínek zohledněna je, ale zároveň

řada nikoli. Jedná se např. o konkrétní a přesné hodnoty staničních i traťových provozních intervalů a následných mezidobí, časové aspekty vyplývající z dynamiky jízdy jednotlivých vlaků, některá konkrétní omezení na straně přepravní poptávky (popř. objednatelů) a mnoho dalších omezení a aspektů včetně omezení spojených s oběhy náležitostí.

Zcela zásadními vlivy jsou případné zanedbání nekoordinovaných vlaků, zejména nákladních, a případně omezené zahrnutí vztahu k dalším částem železniční sítě.

Naprosto stěžejní otázkou je pak nutnost zajistit nekonfliktní provoz (nejen na jednokolejných úsecích). Principiálně byly tyto podmínky vytvořeny už pro MHD, ale zde jejich počet rapidně roste tak, že úloha se stává prakticky neřešitelnou.

Toto vše předurčuje zařazení této optimalizace na železnici (na rozdíl od MHD) do role podpůrného nástroje, který může poskytnout informaci o ideálním stavu a návod, k jakému cíli by měla sestava jízdních řádů směřovat. Možnost dosažení tohoto cíle ale bude nutné dále prověřit zohledněním i všech dalších požadavků, podmínek a omezení.

Otázkou je i povaha výsledku. Bylo představeno řešení, kde byla snaha v co nejvyšší míře řešit koordinaci rovnocenně téměř ve všech místech, kde ji je možné vyhodnocovat a optimalizovat včetně vložení podmínek pro koordinace ve vybraných uzlech. Výsledkem je řešení kompromisní, které je méně pravidelné než řešení, která se objevují i v praxi. Matematicky je toto poměrně snadno zdůvodnitelné, neboť se jedná řešení kompromisní se snahou vyhovět koordinaci v co nejvíce případech bez vyřazení některých vyhodnocovaných situací, které mohou mít pro koordinaci i vzájemně protichůdné důsledky.

Jako jedna z možností, jak řešení lze dále technologicky upravovat dodatečnými podmínkami, je ukázka manuálního vytvoření koordinace na trase Slatiňany–Jaroměř a vyhledání pouze jízdního řádu ostatních linek. Na výsledcích je možné pozorovat snahu o koordinaci v uzlech se stanovenými podmínkami, zatímco v uzlech bez nastavených podmínek návaznosti ideálně vytvořeny zpravidla nejsou.

V případě, že by v IDS byla shledána podstatnou pouze koordinace v uzlech, nabízí se k úvaze i možnost náhrady účelové funkce. Novým minimalizačním kritériem by byl pak součet čtverců všech přestupních dob vzniklých v jednotlivých uzlech.

Závěr

Příspěvek je věnován optimalizačnímu modelu matematického programování pro koordinaci spojů veřejné hromadné osobní dopravy na společných úsecích i ve vybraných uzlech. Je představena aplikace této metody v MHD Pardubice, kde došlo ke zlepšení koordinací a výsledky byly aplikovány v praxi.

Příspěvek je dále rozšířen o aspekty využití této metody na železnici, případně v IDS. Jsou rozebrány základní omezující podmínky, které vyplývají z odlišností technologie železničního provozu. Vzhledem k velkému počtu těchto podmínek a k velké výpočetní náročnosti z toho vyplývající je nutné mnoho z těchto podmínek zanedbat. Řešení je tak možné aplikovat v rovině návodu, jaká organizace provozu by z hlediska koordinace byla ideální. Její realizovatelnost v praxi bohužel zaručena není. Výsledek ale může sloužit jako teoretický podklad v případě tzv. inverzního plánování rozsahu dopravní infrastruktury, jehož východiskem je ideální provozní koncept. Další rozšíření vytváří i možnost doplňování dalších omezujících podmínek do výpočtu podle konkrétních potřeb. Přirozeně, výsledky je možné využít i jako vzor

při standardní konstrukci jízdního řádu, k čemu by měl být jízdní řád z hlediska potřeb provozního konceptu směřován.

Jistou nevýhodou v případě aplikace v železniční dopravě jsou i poměrně velké výpočetní nároky výpočtu samotného, které atakují výpočetní kapacitu při zvoleném způsobu řešení. Důsledkem je suboptimální charakter výsledků. Toto je, na rozdíl od MHD, způsobeno širším definičním oborem prvních odjezdů a častějším výskytem koordinací různých počtů linek s nestejným intervalem.

Představené dvě aplikace modelu v MHD a v železniční dopravě přinášejí návod na modelování IDS i v obecném případě, kdy může být uplatněna i kombinace obou přístupů.

Naopak velkou výhodou je, že v případě již vytvořeného modelu pro konkrétní síť linek dochází k výraznému zjednodušení práce řešení při změně, která se netýká struktury sítě, ale např. linkových intervalů či jízdních dob – stačí pouze upravit některé vstupy (linkové intervaly, chronometráže) a spustit výpočet – základ nového jízdního řádu tím pádem může být vytvořen v řádu několika málo minut.

Poděkování

Příspěvek byl podpořen projektem Evropské unie – Evropských strukturálních a investičních fondů – Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání s názvem: „Spolupráce Univerzity Pardubice a aplikační sféry v aplikačně orientovaném výzkumu lokačních, detekčních a simulačních systémů pro dopravní a přepravní procesy (PosiTrans)“. Registrační číslo projektu: CZ.02.1.01/0.0/0.0/17_049/0008394.

Literatura:

- [1] Lábský, V. *Koordinace páteřních linek veřejné hromadné dopravy modelem matematického programování*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2018, diplomová práce. Dostupné z: <https://hdl.handle.net/10195/71217>.
- [2] Černá, A. – Černý, J. *Manažerské rozhodování o dopravních systémech*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2014, 226 s., ISBN 978-80-7395-849-7.
- [3] Wiczorek, T. *Inverse Kapazitätsbestimmung für die Eisenbahn-Infrastruktur*. Hamburg: Eurailpress, 2006, 162 s., ISBN 3-7771-0343-8.
- [4] Jízdní řády IDOS. Dostupné z: jizdnirady.idnes.cz.

Seznam zkratek:

IDS integrovaný dopravní systém
KMN kvadratická míra nepravidelnosti
MHD městská hromadná doprava
Os osobní vlak (vlaková kategorie)
R rychlík (vlaková kategorie)

Praha, březen 2019

Lektorovali: Ing. Otto Pospíšil, Ph.D.
KORID LK, spol. s r.o.

Ing. Mgr. Radim Brejcha, Ph.D.
Správa železniční dopravní cesty, s. o.