

Jiří Zmatlík¹, Otto Pastor²

Metodika hodnocení způsobilosti v řízení procesů a dopravních systémů v rámci normality rozdělení dominantního znaku jakosti

Klíčová slova: *způsobilost procesu, dopravní procesy, indexy způsobilosti a jejich bodové a intervalové odhady na zvolené hladině významnosti, vztahy mezi indexy způsobilosti a jejich charakteristiky*

Úvod

Článek se zabývá způsobilostí, což je vlastnost výrobních a nevýrobních procesů a systémů, dopravních systémů, výrobních automatizovaných a středně automatizovaných zařízení a měřicích systémů trvale dosahovat výstupy vysoké kvality a kvalitativních normativních standardů. Kvalitativní kritéria jsou specifikována zákazníkem, případně dalšími normativními způsoby. Jsou požadována zákazníky, ale jsou též i v zájmech výrobců realizovat kvalitní konkurenceschopnou produkci. Komplexní hodnocení způsobilosti je základem konkurenceschopnosti firmy v globalizovaném tržním prostředí. Kvantitativní vyjádření způsobilosti je specifikováno pomocí ukazatelů způsobilosti, které by měly splňovat takové atributy jako jednoduchost, univerzálnost, srozumitelnost, názornost a širokou vypovídací schopnost. Způsobilost procesů a dopravních systémů představuje v rámci jejich statistické stability vlastnost dosažení kvalitativních cílových kritérií specifikovanými různými způsoby a subjekty. Způsobilými v rámci technologického a výrobního procesu musejí být všechny složky systému, tj. měřicí systémy, výrobní a dopravní procesy v rámci návaznosti způsobilých výstupů jednotlivých technologických složek.

1 Obecné předpoklady

Obecnými předpoklady, tj. předpoklady, které musí být splněny při hodnocení způsobilosti, jsou níže uvedené atributy:

- Výrobní či nevýrobní proces, dopravní systém, je statisticky stabilním, tj. obsahuje pouze náhodné příčiny variability, chování procesu je chronologicky předpověditelné

¹ Ing. Jiří Zmatlík, Ph.D. (*1969) působí v oblasti aplikované matematiky a statistiky v rámci řízení podniku. Obhájil disertační práci v oblasti statistického řízení jakosti. Působí na České zemědělské univerzitě v Praze na Provozně ekonomické fakultě na katedře statistiky. Přednáší a cvičí předměty aplikované statistiky. Zabývá se zejména statistickými modely v zemědělství a metodami aplikovatelnými pro zlepšování jakosti.

² Prof. Dr. Ing. Otto Pastor, CSc. (*1948) je předním odborníkem v oblasti teorie dopravy a dopravních systémů jako součást logistických procesů. Působí jako profesor v oboru Management a technologie dopravy na ČVUT v Praze na Fakultě dopravní v Ústavu logistiky a managementu dopravy. Zabývá se zejména rozhodovacími procesy, aplikovanými matematickými modely v dopravě a logistice se zaměřením na ekonomicko-technologickou podstatu problematiky.

- Výstupy procesu nejsou odlehlými hodnotami/pozorováními
- V rámci procesů, výrobních a nevýrobních a dále měřicích zařízení jsou specifikovány toleranční meze znaku jakosti, horní toleranční mez USL (Upper Specification Limit) a dolní toleranční mez LSL (Lower Specification Limit)

Pro každou kvantitativní proměnnou je dána cílová hodnota znaku jakosti τ , kterou by proměnná měla nabývat, a též Δ_U jako minimální akceptovatelná přípustná odchylka. Toleranční meze jsou limitními hodnotami kvantitativní proměnné a je možné je charakterizovat níže uvedenými vztahy:

$$USL = \tau + \Delta_U$$

$$LSL = \tau - \Delta_U$$

Toleranční meze a regulační meze při statistické regulaci jsou odlišnými vzhledem k tomu, že regulační meze představují predikce chování kvantitativní proměnné a její chronologický vývoj.

Mezi základní ukazatele, které charakterizují výrobní proces, patří procento neshodných produktů definované vztahem $V = (\text{počet neshodných produktů}) / (\text{celkový počet sledovaných produktů za období})$. Hodnota $C = 100 * (1-V)$ vyjadřuje procento způsobilosti, přičemž přejímaná úroveň je v rozmezí 98 až 99 %. Důležitou charakteristikou procesu je relativní míra variability daná variačním koeficientem $v = s / \bar{x}$ jako relativním ukazatelem variability, kde s je výběrová směrodatná odchylka procesu a \bar{x} je výběrový průměr. Zkušenosti ukazují, že při splnění podmínky $100v < 30$ existuje přijatelný rozptyl výstupu z obecného procesu.

2 Obecné hodnocení výkonnosti, způsobilosti procesů a dopravních systémů

Obecné hodnocení způsobilosti procesů a dopravních systémů probíhá zpravidla v níže uvedených etapách [6]:

1. *Volba znaku jakosti a jeho ověření, zda sledovaný znak jakosti má normální rozdělení pravděpodobnosti*
2. *Sběr hodnot a jejich statistická analýza*
3. *Posouzení statistické stability procesu v rámci regulačních opatření*
4. *Výpočet ukazatelů způsobilosti, jejich testování a porovnání s požadovanými hodnotami*

Ad 1. Způsobilost se hodnotí k danému znaku jakosti produktu nebo meziprojektu. Znak jakosti musí být dominantním z hlediska užitných vlastností výstupu systému. Jsou-li znaky jakosti nezávislé, pak je nutné hodnotit způsobilost pro každý znak jakosti separátně. Mezi důležité předpoklady ukazatelů způsobilosti patří normální rozdělení příslušného znaku jakosti. Normalitu lze ověřit například subjektivně, např. pomocí histogramu, který by měl být jednovrcholový, symetrický a zvonovitého tvaru. Objektivní posuzování normality je založeno také na statistických testech- χ^2 Dobré

shody, Kolmogorovově-Smirnovově testu, případně testu na vyhodnocení šikmosti a špičatosti rozdělení.

Ad 2. Sběr hodnot musí probíhat za standardních podmínek v delším časovém horizontu, aby hodnoty obsahovaly všechny zdroje variability spojené například se změnou materiálu, se změnou obsluhy výrobního zařízení, se změnou spolehlivosti dopravních systémů, se změnou prostředí atp... Sběr hodnot je realizován tak, že v pravidelných časových nebo dávkových intervalech se odebírají logické podskupiny/náhodné výběry produktů nebo meziproductů o rozsahu 4–5, přičemž dle teorie o regulačních diagramech je doporučováno sledovat 20 až 25 podskupin vzhledem k vyovídací schopnosti celého souboru dat.

Ad 3. Jak již bylo uvedeno, použití ukazatelů způsobilosti je možné pouze u statisticky stabilního procesu, který obsahuje pouze náhodné zdroje variability. Regulační diagram identifikuje vymezené příčiny variability, přičemž není-li redukce dat velká, pak je lze použít k hodnocení způsobilosti procesu. Není-li proces statisticky stabilní, je možné stanovit indexy skutečného chování procesu, které však není možné dále využívat k predikci dalšího chování procesu, výrobních a nevýrobních i dopravních systémů.

Ad 4. U různých podnikatelských subjektů, ve výrobě, distribuci, dopravě a transportních procesech jsou různě přísné požadavky na hodnoty ukazatelů způsobilosti.

Cílem hodnocení způsobilosti je kvantitativní charakteristika procesů založená na schopnosti udržování cílové hodnoty z hlediska polohy a také variability v daném vymezeném tolerančním poli. Dále budou uvedeny jednotlivé indexy způsobilosti, včetně jejich specifických atributů a dalšího využití.

3 Ukazatele způsobilosti

3.1 Ukazatel způsobilosti C_p

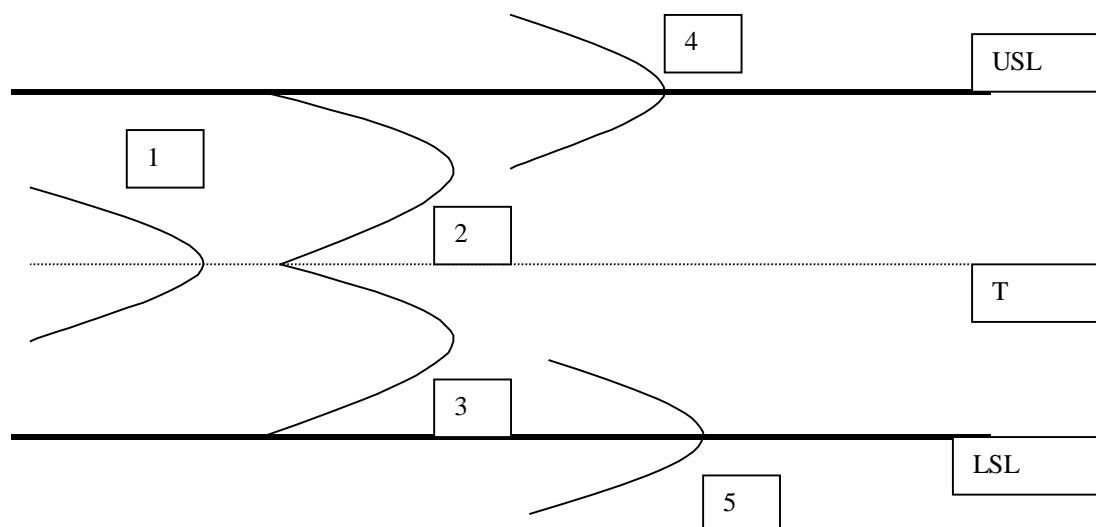
Index způsobilosti C_p [8] patří mezi nejstarší indexy způsobilosti, který je založen na zákonu 6σ v normálním rozdělení. Je podílem předepsané přesnosti a skutečně dosahované přesnosti výroby a lze vyjádřit vztahem:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \times \sigma}$$

USL	horní toleranční mez
LSL	dolní toleranční mez
σ	směrodatná odchylka procesu

Je-li hodnota indexu způsobilosti $C_p = 1$ a proces je centrován na střed tolerančního pole T, pak se vyrábí 0,27 % nekonformních produktů. Výrobní proces je považován za způsobilý, je-li $C_p > 1,33$, ale existují výrobní obory s přísnějším hodnocením způsobilosti, např. $C_p > 1,67$. Index C_p sleduje pouze variabilitu, ale neodráží vlastní

polohu výrobního a nevýrobního procesu či dopravního systému. Charakterizuje pět výrobců se stejným indexem způsobilosti C_p , přičemž výrobce 1 je nej přesnější, neboť nejčastěji dosahuje cílové hodnoty a nepřekračuje danou toleranci, výrobci 2 a 3 nikdy nedosahují cílové hodnoty, ale nepřekračují toleranci, a konečně výrobci 4 a 5 nikdy nedosahují cílové hodnoty a zároveň překračují toleranci.



Obrázek 1: Pět různých výrobců se stejným indexem způsobilosti C_p

Převrácená hodnota ukazatele C_p , $1 / C_p$, charakterizuje využití tolerančního pole. Například $C_p = 0,8$ informuje o tom, že toleranční interval je využit na 125 %, je výrazně překročena, a proces je tudíž nezpůsobilý.

Hodnota indexu způsobilosti závisí na následujících níže uvedených předpokladech:

- Proces je na stabilní a přípustné úrovni s předvídatelným chováním v čase.
- Proces má normální rozdělení pravděpodobnosti sledovaného jakostního znaku.
- Parametry procesu pro polohu μ a variabilitu σ jsou známé veličiny.
- Proces je centrován na cílovou hodnotu ležící ve středu tolerančního pole.

V praxi není směrodatná odchylka procesu známa, proto musí být odhadována pomocí výběrové směrodatné odchylky nebo výběrového rozpětí, čímž získáme bodový odhad ukazatele způsobilosti.

Kromě bodového odhadu, je důležité v dalších aplikacích pracovat s intervalovým odhadem indexu C_p se stanovenou spolehlivostí. Má-li proces normální rozdělení, pak proměnná:

$$\frac{(n-1) \times s^2}{\sigma^2}$$

má rozdělení χ^2 s $n-1$ stupni volnosti, přičemž s^2 je odhadem rozptylu základního souboru, který je definován rovnicí

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Následujícími vztahy je odvozen konfidenční interval indexu způsobilosti s pravděpodobností $1 - \alpha$:

$$P(\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 \leq \frac{(n-1) \times s^2}{\sigma^2} \leq \chi_{\alpha/2, n-1}^2) = 1 - \alpha$$

$$P(\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 \leq \frac{(n-1) \times s^2}{s^2 / c_4^2} \leq \chi_{\alpha/2, n-1}^2) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{\hat{C}_p}{c_4} \times \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq \hat{C}_p \leq \frac{\hat{C}_p}{c_4} \times \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

σ směrodatná odchylka procesu

n rozsah výběru (vzorku)

c_4 tabelovaná konstanta závisající na rozsahu výběru, pro větší vzorky je $c_4 = 1$

α hladina významnosti

$n-1$ počet stupňů volnosti

Někdy je požadováno, aby intervalový odhad indexu způsobilosti C_p měl specifickou délku δ , a hledá se počet stupňů volnosti v' . Odvození hledaného počtu stupňů volnosti je patrné z rovnic uvedených níže, přičemž $c_4 = 1$.

$$\left(\frac{\hat{C}_p}{c_4} \times \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, v'}^2}{v'}} - \frac{\hat{C}_p}{c_4} \times \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, v'}^2}{v'}}\right) = \delta$$

$$\frac{\hat{C}_p}{c_4 \times \sqrt{v'}} (\sqrt{\chi_{\alpha/2, v'}^2} - \sqrt{\chi_{1-\alpha/2, v'}^2}) = \delta$$

$$v' = 2 \times \left(\frac{\hat{C}_p \times z_{\alpha/2}}{\delta}\right)^2$$

Při odvození počtu stupňů volnosti bylo využito následujícího vztahu, který platí pro $v \geq 30$

$$\chi_{\alpha/2, v}^2 = 0,5 \times (z_{\alpha/2} + \sqrt{2 \times v - 1})^2$$

$z_{\alpha/2}$ kvantil normovaného normálního rozdělení

Pokud c_0 je akceptovatelná minimální hodnota ukazatele způsobilosti C_p , proces je způsobilý, v případě, že C_p překročí hodnotu c_0 , tedy platí rovnice pro jednostranný intervalový odhad:

$$\hat{C}_p \geq c_0 \times \sqrt{\frac{v}{\chi_{1-\alpha, v}^2}} \equiv C_{p, MIN}$$

Ilustrativní ukázka

Je uvažován vzorek $n = 50$ pozorování s odhadem směrodatné odchylky základního souboru $s = 0,013$ a s výběrovým průměrem $\bar{x} = 7,991$. Toleranční meze procesu byly deklarovány hodnotami $UCL = 8,04$ a $LCL = 7,96$.

Index způsobilosti C_p

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6 \times s} = \frac{8,04 - 7,96}{6 \times 0,013} = 1,026$$

95% intervalový odhad indexu způsobilosti C_p :

$$P\left(\frac{\hat{C}_p}{c_4} \times \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, v}^2}{n-1}} \leq \hat{C}_p \leq \frac{\hat{C}_p}{c_4} \times \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, v}^2}{n-1}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(1,026 \times \sqrt{\frac{31,6}{49}} \leq \hat{C}_p \leq 1,026 \times \sqrt{\frac{70,2}{49}}\right) = 0,95$$

$$P(0,824 \leq \hat{C}_p \leq 1,228) = 0,95$$

Počet stupňů volnosti pro délku konfidenčního intervalu $\delta = 0,2$ je:

$$v' = 2 \times \left(\frac{\hat{C}_p \times z_{\alpha/2}}{\delta}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{1,026 \times 1,96}{0,2}\right)^2 = 203$$

Tedy počet pozorování je $n = 204$ ($v' = n - 1$) Proces je přibližně centrován na cílovou hodnotu ležící uprostřed tolerančního pole a produkuje méně než 0,27 % zmetků.

3.2 Ukazatel způsobilosti C_{pk}

Index způsobilosti C_{pk} [8] zohledňuje nejen variabilitu sledovaného znaku jakosti, ale také jeho polohu vůči tolerančním mezím, charakterizuje tedy skutečnou způsobilost procesu či spolehlivost dopravního systému.

Při jednostranných daných tolerancích je definován dle níže uvedených vztahů:

$$C_{pk} = C_{pL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

$$C_{pk} = C_{pU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

Při oboustranné toleranci je charakterizována horší situace, ke které může dojít, a je definována vztahem:

$$C_{pk} = \min(C_{pL}, C_{pU}) = \min\left(\frac{\mu - LSL}{3\sigma}, \frac{USL - \mu}{3\sigma}\right)$$

Na rozdíl od indexu způsobilosti C_p může index C_{pk} být i záporný, to je v případě, kdy střední hodnota překročí toleranci a proces vyrábí více než 50 % neshodných produktů [6,5].

V praxi většinou parametry procesu μ a σ nejsou známy a musí být odhadovány, čímž získáme bodový odhad indexu způsobilosti \hat{C}_{pk} dle následujících vztahů:

$$\hat{C}_{pk} = \min(\hat{C}_{pL}, \hat{C}_{pU}) = \min\left(\frac{\bar{x} - LSL}{3 \times \frac{\bar{R}}{d_2}}, \frac{USL - \bar{x}}{3 \times \frac{\bar{R}}{d_2}}\right)$$

$$\hat{C}_{pk} = \min(\hat{C}_{pL}, \hat{C}_{pU}) = \min\left(\frac{\bar{x} - LSL}{3 \times \frac{\bar{s}}{c_4}}, \frac{USL - \bar{x}}{3 \times \frac{\bar{s}}{c_4}}\right)$$

\bar{R} průměrné rozpětí podskupin

d_2 Hartleyova konstanta tabelovaná pro různý rozsah logických podskupin/náhodných výběrů

c_4 tabelovaná konstanta

\bar{s} průměrná směrodatná odchylka

Někdy se místo variačního rozpětí může k odhadu směrodatné odchylky procesu použít rozptyl, což je přesnější. K dispozici máme m podskupin o rozsahu n , u každé podskupiny je stanoven výběrový průměr \bar{x}_i a rozptyl s_i^2 , toto jsou statisticky stabilní data z regulačního procesu. Jednou z možností je spojit data do souboru o rozsahu mn a vypočítat klasicky rozptyl s^2 . Druhou možností je využití skupinových rozptylů s_i^2 a výpočet průměrného rozptylu \bar{s}^2 . Platí vztah:

$$s^2 = \bar{s}^2 + s^2(\bar{x}_i)$$

$s^2(\bar{x}_i)$ rozptyl skupinových průměrů

Index C_p a index C_{pk} mohou vycházet rozdílně, přičemž správná hodnota rozptylu je s^2 .

Mezi ukazateli způsobilosti C_p a C_{pk} platí níže uvedené vztahy:

$$C_{pk} \leq C_p$$

$$C_{pk} = C_p - \frac{|USL + LSL - 2\mu|}{6\sigma}$$

Změna hodnoty indexu C_{pk} může mít spojitost jak se změnou polohy procesu, tak se změnou variability, přičemž není-li registrována žádná změna C_{pk} , jestliže se mění μ a σ simultánně. Z tohoto důvodu je vhodné k hodnotě indexu C_{pk} uvádět i hodnotu indexu způsobilosti C_p .

Předpokládá se, že m představuje střed tolerančního pole a platí:

$$m = 0,5 \times (USL + LSL)$$

Nechť $C_{pk} = C_{pu}$. a $m \leq \mu \leq USL$. Velikost k definuje relativní vzdálenost průměru procesu μ od středu tolerančního intervalu m (tzv. koeficient necentrování procesu) dle vztahu:

$$k = \frac{2|\mu - m|}{USL - LSL}$$

Tento vztah platí, pokud $LCL \leq \mu \leq m$.

Tedy mezi ukazateli způsobilosti platí vztah:

$$C_{pk} = (1 - k) \times C_p$$

Při posunu střední hodnoty o 1 směrodatnou odchylku od středu tolerančního pole bude hodnota indexu C_{pk} o 33 % menší než hodnota indexu způsobilosti C_p .

Při řešení praktických problémů je důležité se zabývat intervalovým odhadem indexu způsobilosti na α % hladině významnosti. Je nutné znát bodové odhady směrodatné odchylky a polohy procesu. Pro intervalový odhad existuje přibližný vztah, ve kterém $\nu = n - 1$ je počet stupňů volnosti, $u_{1-\alpha/2}$ je kvantil normovaného normálního rozdělení.

$$P\left(\left(1 - \frac{u_{1-\alpha/2}}{\sqrt{2\nu}}\right) \times \hat{C}_{pk} \leq C_{pk} \leq C_{pk} \times \left(1 + \frac{u_{1-\alpha/2}}{\sqrt{2\nu}}\right)\right) = 1 - \alpha$$

Ilustrativní ukázka

Výběr o rozsahu $n = 40$ hodnot pochází ze stabilního dopravního procesu. Z výběru byly stanoveny charakteristiky polohy $\bar{x} = 18,004$ a variability $s = 0,009$. Toleranční meze byly pro tento proces určeny hodnotami $USL = 18,030$ a $LSL = 17,970$. Bude charakterizována způsobilost tohoto výrobního procesu.

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6s} = \frac{18,030 - 17,970}{6 \times 0,009} = 1,11$$

$$\hat{C}_{pk} = \min\left(\frac{USL - \bar{x}}{3s}, \frac{\bar{x} - LSL}{3s}\right) = \min\left(\frac{18,030 - 18,004}{3 \times 0,009}, \frac{18,004 - 17,970}{3 \times 0,009}\right) = 0,96$$

$$k = \frac{2 \times |\mu - m|}{USL - LSL} = \frac{2 \times |18,004 - 18,000|}{0,06} = 0,133$$

Dopravní proces není centrován, není způsobilý, neboť $C_{pk} \leq 1,33$. Proces je považován za způsobilý, pokud $C_{pk} \geq 1,33$. 95% intervalový odhad indexu způsobilosti C_{pk} je spojen s intervalem:

$$P\left(\left(1 - \frac{1,96}{\sqrt{78}}\right) \times 0,96 \leq \hat{C}_{pk} \leq \left(1 + \frac{1,96}{\sqrt{78}}\right) \times 0,96\right) = 0,95$$

$$P(0,747 \leq \hat{C}_{pk} \leq 1,173) = 0,95$$

3.3 Ukazatel způsobilosti C_{pm}

Tento index je znám jako Taguchiho index způsobilosti procesu. Vychází z úvahy, že celková variabilita znaku jakosti není dána pouze rozptylem kolem střední hodnoty, ale také rozptylem kolem optimální hodnoty τ (cílová hodnota sledovaného znaku jakosti). Index C_{pm} je definován vztahem [8]:

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \times \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - \tau}{\sigma}\right)^2}}$$

Z definičního vztahu je patrné, že $C_{pm} \leq C_p$. Bude-li rozdíl mezi μ a τ ve velikosti jedné směrodatné odchylky, index C_{pm} bude 1,41krát nižší než index způsobilosti C_p

V praxi jsou parametry procesu μ a σ neznámé veličiny, proto pracujeme s bodovými odhady indexu způsobilosti C_{pm} , ve tvaru:

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\left(\frac{R}{d_2}\right)^2 + (\bar{x} - \tau)^2}}$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\left(\frac{s}{c_4}\right)^2 + (\bar{x} - \tau)^2}}$$

Pro $\mu = \tau$ je hodnota indexu způsobilosti $C_{pm} = C_p$, pro $\mu \neq \tau$ platí $C_{pm} \neq C_p$. Index způsobilosti C_p je neúplnou charakteristikou, která neměří centrování procesu. Index C_{pm} je komplexnější charakteristikou procesu, jehož bodový odhad má menší rozptyl než odhad indexu C_p .

Index způsobilosti C_{pk} je velice senzitivní na velikost rozptylu procesu a málo senzitivní na centrování procesů a dopravních subsystémů. Index způsobilosti C_{pm} má přesně opačné vlastnosti, je velice citlivý na centrování procesu a málo citlivý na rozptyl procesu. Toto porovnání je patrné z následujících příkladů, z nichž první příklad vykazuje malý rozptyl a špatné centrování procesu a druhý příklad charakterizuje proces s velkým rozptylem, ale s dobrým centrováním.

Ilustrativní ukázka

Parametry dopravního procesu

$$\begin{array}{lll} USL = 70 & LSL = 40 & \tau = 55 \\ \mu = 45 & \sigma = 2,5 & \end{array}$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{70 - 45}{3 \times 2,5}, \frac{45 - 40}{3 \times 2,5}\right) = 0,67$$

$$C_{pm} = \frac{70 - 40}{6 \times \sqrt{2,5^2 + (45 - 55)^2}} = 0,48$$

Parametry dopravního procesu

$$\begin{array}{lll} USL = 70 & LSL = 40 & \tau = 40 \\ \mu = 40 & \sigma = 5 & \end{array}$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{70 - 40}{3 \times 5}, \frac{40 - 40}{3 \times 5}\right) = 0$$

$$C_{pm} = \frac{70 - 40}{6 \times \sqrt{5^2 + 0^2}} = 1$$

V praxi se doporučuje sledovat a počítat oba indexy způsobilosti C_{pk} a C_{pm} .

3.4 Ukazatel způsobilosti C_{pmk}

Index způsobilosti C_{pmk} porovnává vzdálenost střední hodnoty sledovaného znaku jakosti k bližší toleranční mezi s polovinou celkové variability, která je dána variabilitou kolem střední hodnoty a variabilitou kolem cílové hodnoty τ . Index C_{pmk} je definován vztahem [8]:

$$C_{pmk} = \min\left(\frac{\mu - LSL}{3 \times \sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}}, \frac{USL - \mu}{3 \times \sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}}\right)$$

Parametry procesu μ a σ jsou neznámé veličiny, které odhadujeme pomocí výběrového průměru a průměrného rozpětí nebo pomocí průměrné směrodatné odchylky, přičemž pro bodový odhad indexu způsobilosti C_{pmk} platí:

$$C_{pmk} = \min\left(\frac{\bar{x} - LSL}{3 \times \sqrt{\left(\frac{\bar{R}}{d_2}\right)^2 + (\bar{x} - \tau)^2}}, \frac{USL - \bar{x}}{3 \times \sqrt{\left(\frac{\bar{R}}{d_2}\right)^2 + (\bar{x} - \tau)^2}}\right)$$

V případě definované oboustranné tolerance existují následující vztahy mezi jednotlivými ukazateli způsobilosti:

$$C_{pmk} = \frac{C_{pk} \times C_{pm}}{C_p}$$

$$C_{pmk} = C_{pk} \times \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}} = \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - \tau}{\sigma}\right)^2}}$$

Index způsobilosti C_{pmk} je vždy menší než index způsobilosti C_{pk} , rovnost obou indexů nastává v případě, že střední hodnota procesu odpovídá cílové hodnotě τ . Index způsobilosti C_{pmk} je menší než index C_{pm} , rovnost obou indexů nastává tehdy, leží-li střední hodnota procesu ve středu tolerančního pole. Mezi diskutovanými indexy způsobilosti platí následující nerovnosti:

$$C_{pmk} \leq C_{pk} \leq C_p$$

$$C_{pmk} \leq C_{pm} \leq C_p$$

Každý z indexů způsobilosti charakterizuje způsobilost jiným způsobem, proto je vhodné uvádět současně více indexů způsobilosti a vždy graficky zobrazit rozložení sledovaného znaku jakosti vůči tolerančním mezím USL a LSL.

Závěr

Hodnocení způsobilosti výrobních a nevýrobních procesů, měřicích zařízení a dopravních systémů a dalších procesů je komplexní záležitostí. Prvořadým krokem je specifikování dominantního kvantitativního znaku jakosti s normálním rozdělením pravděpodobnosti, který by měl být statisticky stabilní, tj. jeho chování v čase by mělo být předvídatelné, tj. po regulaci vlastního procesu. Poté na základě analýzy by měl být vybrán index způsobilosti, který zohledňuje nejen polohu, variabilitu, ale i cílovou hodnotu znaku jakosti. Nedílnou součástí je i v rámci analýzy ukazatelů odhad pravděpodobnosti vzniku neshodných výrobků či riziko dopravního systému, která by měla být vedením firmy akceptována jako přijatelná úroveň. V případě, že data nemají normální rozdělení, nulová hypotéza normality byla zamítnuta, je jednou z možností aproximace známým spojitým rozdělením a stanovení kvantilů, případně stanovení kvantilů z diskrétních dat s dostatečným počtem a postupovat způsobem modifikovaných indexů způsobilosti včetně odhadu pravděpodobnosti vzniku neshodných výrobků.

Literatura:

- [1] Mykiska, A. – Chmelík, V. – Matušů, M. *Řízení a zabezpečování jakosti*. ČVUT Praha, 1998
- [2] Nenadál, J. – Noskiewičová, D. – Petříková, R. – Plura, J. – Tošenovský, J. *Moderní systémy řízení jakosti*. Management Press, 1998
- [3] Nenadál, J. *Měření v systémech managementu jakosti*. Management press, 2001
- [4] *Normy managementu jakosti ČSN EN ISO 9000: 2000*. Český normalizační institut, 2000
- [5] Piskáček, B. – Kašová, V. – Zmatlík, J. *Řízení jakosti*. ČVUT Praha, 2001
- [6] Plura, J. *Plánování a neustálé zlepšování jakosti*. Computer Press, 2001
- [7] Pyzdek, T. *Giude to SPC, Volume 2, Applications and Special Topics*. Publishing Inc., Tuscon, Arizona, 1992
- [8] Tošenovský, J. – Noskiewičová, D. *Statistické metody pro zlepšování jakosti*. Montanex a. s., 2000
- [9] Tošenovský, J. *Statistika v řízení jakosti*. DTO, Ostrava, 1995

Praha, srpen 2018

Lektorovali: doc. RNDr. Bohumír Štědroň, CSc.
Univerzita Karlova

RNDr. Ivo Moll, CSc.
České vysoké učení technické v Praze