

Parametry odběru elektrické energie dvanáctipulzním trakčním usměrňovačem v závislosti na jeho zatížení

Klíčová slova: *dvanáctipulzní usměrňovač, harmonické primárního proudu, účinník základní harmonické.*

1. Úvod

Metoda simulace chování elektrických obvodů na PC umožňuje analyzovat podrobněji chování dvanáctipulzního trakčního usměrňovače ČD vůči napájecí síti 22 kV. Provedená analýza podává obraz o následujících veličinách charakterizujících odběr elektrické energie v závislosti na zátěži usměrňovače:

- účinník základní harmonické,
- velikost úhlu překrytí fázových proudů,
- poměrný obsah harmonických v primárním proudu obou částí schématu,
- poměrný obsah harmonických v celkovém primárním proudu,
- vztah mezi úhlem překrytí fázových proudů a fázovým posunem složky základní harmonické primárního proudu vůči křivce napájecího napětí.

Trakční usměrňovač používaný na ČD má jednotné schéma dvojitého trojfázového můstku, což umožňuje dvanáctipulzní usměrňování trakčního proudu. Dnes nejvíce ceněnou vlastností tohoto schématu je, že v jeho primárním proudu se jako nejnižší z harmonických objevuje až 11. harmonická, následovaná pak harmonickými řádu 13, 23, 25, atd.

Vůči napájecí straně 22 kV se trakční usměrňovač projevuje jako zdroj proudových harmonických uvedených řádů. Poměrný obsah proudových harmonických vztažený na obsah harmonické základní (50 Hz) je v literatuře uváděn tzv. "amplitudovým zákonem", podle kterého je poměrný obsah n -té harmonické dán výrazem

$$I_n = \frac{100}{n} \quad [\%] \quad (1)$$

Platnost tohoto zákona je však podmíněna dvěma předpoklady, a to:

1. usměrňovaný proud je dokonale vyhlazený indukčností zatěžovacího obvodu ($L_d \rightarrow \infty$),
2. transformátor napájející usměrňovač má zanedbatelný rozptyl ($u_k \approx 0$).

První předpoklad je v podmínkách trakčního usměrňovače do jisté míry splněn. Trakční usměrňovač má ve svém zatěžovacím obvodu zařazen reaktor pro omezení strmosti nárůstu

Doc. Ing. Karel Hlava, CSc., nar. 1930, absolvent ČVUT FEI, obor elektrická trakce r. 1953, vědecký pracovník (ČD VÚŽ, TÚDC, SŽE), nyní docent katedry elektrotechniky, elektroniky a zabezpečovací techniky Dopravní fakulty Jana Pernera Univerzity Pardubice.

zkratového proudu a podélná indukčnost trakčního vedení včetně vnitřní indukčnosti hnacích vozidel dávají požadovaný indukční charakter zátěže.

Druhý předpoklad však splněn není, protože trakční transformátor usměrňovače nutno považovat za reálný transformátor a jako takový vždy vykazuje jistou hodnotu rozptylové reaktance představované napětím nakrátko u_k . Z toho důvodu nelze bez dalšího rozboru považovat poměrný obsah harmonických v primárním proudu s hodnotami podle amplitudového zákona za platný a vliv nenulové hodnoty rozptylové reaktance na toto spektrum vyžaduje zvláštní analýzu.

2. Prameny pro analýzu vlivu rozptylové reaktance transformátoru usměrňovače

Pramen [1] na str. 365 až 367 posuzuje vliv rozptylové reaktance transformátoru usměrňovače na efektivní hodnotu primárního proudu, avšak nerozebírá její vliv na spektrální složení tohoto proudu. Navíc neobsahuje podklady pro dvojitě trojfázové můstkové schéma usměrňovače z toho důvodu, že v době vydání tohoto pramene nebylo toto schéma víceanodovými rtuťovými usměrňovači realizovatelné.

Pramen [2] v kapitole 2.15 na str. 174 až 181 cituje výše uvedený amplitudový zákon. V závěru kapitoly pak jsou v [2] uvedeny výsledky pramene [4], kde autor uvádí bez bližšího odvození výraz pro opravnou veličinu k hodnot spektra primárního proudu v závislosti na úhlu překrytí γ výrazem (pro neřízený usměrňovač)

$$\frac{k \cdot I_{nA}}{E_2 / X_a} = \sqrt{K(\gamma) - L(\gamma) \cdot \cos(\gamma)} \quad (2)$$

kde I_{nA} je efektivní hodnota složky n -té harmonické v anodovém proudu
 E_2 efektivní hodnota fázového napětí
 X_a anodová reaktance způsobující vznik úhlu překrytí γ
 $K(\gamma)$ a $L(\gamma)$ jsou pomocné veličiny definované následujícími výrazy

$$K(\gamma) = \frac{3}{\pi^2 \cdot n^2} \left\{ \frac{\sin^2 \left[(n-1) \cdot \frac{\gamma}{2} \right]}{(n-1)^2} + \frac{\sin^2 \left[(n+1) \cdot \frac{\gamma}{2} \right]}{(n+1)^2} \right\} \quad (3)$$

$$L(\gamma) = \frac{6}{\pi^2 \cdot n^2} \cdot \frac{\sin \left[(n+1) \cdot \frac{\gamma}{2} \right] \cdot \sin \left[(n-1) \cdot \frac{\gamma}{2} \right]}{(n-1) \cdot (n+1)} \quad (4)$$

Poznámka: Číselné hodnoty těchto pomocných veličin jsou vykresleny v pramenu [2] na obrázcích č. 2-36. Celý rozbor je však založen na šestipulzním schématu usměrňovače a uvádí proto i hodnoty pro 5. a 7. harmonickou, které se v primárním proudu dvanáctipulzního usměrňovače nevyskytují.

V pramenu [3] se již v kapitolách 2.2.5 na str. 77 až 79 uvádí dvanáctipulzní schéma usměrňovače a v kapitole 2.2.6 na str. 79 až 82 se opět cituje amplitudový zákon. Navíc jsou uvedeny i časové průběhy primárních proudů způsobovaných jak sekci hvězdy tak i trojúhelníka trakčního transformátoru (obr. 2.23). Hodnoty jednotlivých spektrálních složek primárního proudu však uvedeny nejsou, je zde jen odkaz na pramen [2]. Vliv úhlu překrytí na hodnoty spektra primárního proudu není sledován vůbec.

3. Podstata vlivu úhlu překrytí na spektrum primárního proudu usměrňovače

Obecně platí, že největší hodnoty jednotlivých spektrálních složek daného časového průběhu (např. primárního proudu usměrňovače) dostaneme, budou-li se v tomto časovém průběhu vyskytovat jisté partie se strmými boky.

Tak např. čistě obdélníkový průběh podle [obrázku 1](#) vykazuje podle [5] poměrné amplitudy jednotlivých spektrálních složek dané výrazem (analogie amplitudového zákona)

$$\frac{i_n}{i_1} = \frac{1}{n} \quad (5)$$

kde i_1 je hodnota spektrální složky základní harmonické,
 i_n hodnota spektrální složky n -té harmonické.

Jestliže vyloučíme strmé nárůsty sledované veličiny a nahradíme je např. lineárními náběžnými hranami v délce α elektrických stupňů podle [obrázku 2](#) (průběh jako podle rovnoramenného lichoběžníka), bude podle [5] pro poměrné amplitudy jednotlivých spektrálních složek platit výraz

$$\left| \frac{i_n}{i_1} \right| = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\sin(n \cdot \alpha)}{\sin(\alpha)} \quad (6)$$

kde α je poměrný časový interval, během kterého probíhá sledovaná veličina náběžnou nebo odběhovou hranou rovnoramenného lichoběžníka

Uvedené výrazy dávají následující procentní hodnoty spektrálních složek:

n	obdélník	lichoběžník ($\alpha=10^\circ$)	lichoběžník ($\alpha=20^\circ$)	lichoběžník ($\alpha=30^\circ$)
3	33,3	32,0	28,1	22,2
5	20,0	17,6	11,5	4,0
7	14,3	11,0	3,8	2,0
9	11,1	7,1	0,0	2,5
11	9,1	4,5	1,6	0,8
13	7,7	2,6	1,7	0,6

Z tabulky je patrné, že časový průběh podle rovnoramenného lichoběžníka vykazuje ve srovnání s časovým průběhem definovaným jako obdélník. podstatně menší poměrné hodnoty jednotlivých spektrálních složek.

Dále je patrné, že čím jsou náběžné i odběhové hrany pozvolnější (tedy čím je větší hodnota poměrného časového intervalu α), tím jsou tyto rozdíly větší.

4. Časový průběh primárního proudu usměrňovače v období komutace

Trakční usměrňovač 3 kV je od samého začátku elektrizace ČSN realizován původně jednoanodovými rtuťovými usměrňovači, později pak křemíkovými diodami, vždy však (až na malé výjimky) ve dvanáctipulzním schématu.

Toto schéma vyžaduje, aby transformátor trakčního usměrňovače obsahoval dvojici sekundárních vinutí, z nichž jedno je spojeno jako hvězda, druhé pak jako trojúhelník. Primární vinutí je společné a zapojené do hvězdy. Podmínkou pro napětí fázových vinutí je, aby sdružená napětí jimi tvořená a přiváděná k usměrňovacím můstkům měla stejné hodnoty. Další podmínkou pak je, aby rozptylové reaktance obou sekundárních vinutí (vztažené na jejich stejná sdružená napětí) byly také stejné, aby oba můstky dodávaly stejný díl (polovinu) celkového zatěžovacího proudu usměrňovače.

Diody obou částí usměrňovače jsou napájeny galvanicky oddělenými sekundárními vinutími (uzel části hvězda je vyveden pouze pro připojení svodičů přepětí, část zapojená do trojúhelníka žádný uzel nemá). Známý mechanismus postupného vedení proudu jednotlivými diodami předpokládá, že se diody střídají ve vedení zatěžovacího proudu tak, že od okamžiku průsečíku dvou po sobě jdoucích sinusovek napájecího napětí:

- proud diodou, náležející narůstajícímu napájecímu napětí, se zvětšuje podle zákona daného výrazem

$$i_{D1}(\omega t) = A \cdot [1 - \cos(\omega t)] \quad (7)$$

- proud diodou, náležející klesajícímu napájecímu napětí, klesá podle zákona daného výrazem

$$i_{D2}(\omega t) = A \cdot \cos(\omega t) \quad (8)$$

V obou těchto výrazech značí veličina A hodnotu usměrněného proudu. Sečteme-li oba výrazy

$$i_{D1}(\omega t) + i_{D2}(\omega t) = A \quad (9)$$

dostaneme splnění předpokladu, že i během komutace proudů v diodách **D1** a **D2** zůstává hodnota usměrněného proudu konstantní. Dioda připojená na opačnou polaritu výstupního napětí usměrňovače se při komutaci nijak neprojeví a vede proud trvale.

Doba, za kterou dosáhne proud v diodě **D1** hodnoty usměrněného proudu a v diodě **D2** klesne k nule, nazýváme úhlem překrytí γ . Obecně platí pro jeho hodnotu výraz

$$\cos(\gamma) = 1 - \frac{2 \cdot I_{DC} \cdot X_A}{U_2 \cdot \sqrt{6}} \quad (10)$$

kde I_{DC} je hodnota usměrněného proudu, dodávaného danou částí můstkového usměrňovače (polovina celkového proudu zátěže usměrňovače)
 X_A hodnota anodové reaktance (dána rozptylem transformátoru),
 U_2 efektivní hodnota fázového napájecího napětí.

Poznámky:

- násobitel "2" v čitateli značí, že ve fiktivním zkratovém obvodu vytvořeném v období komutace mezi dvěma fázemi napájecího napětí jsou zapojeny v sérii dvě náhradní reaktance X_A náležející oběma fázovým napětím transformátoru,
- číslo "6" pod odmocninou přepočítává efektivní hodnotu fázového napětí na vrcholovou hodnotu napětí sdruženého.

Díky popsanému jevu komutace se strmosti nárůstových i odběhových boků křivky časového průběhu primárního proudu zmírní, a to tím více, čím větší je délka období komutace γ , hodnota usměrněného proudu I_{DC} a čím větší je rozptylová reaktance transformátoru usměrňovače X_A při stálé hodnotě napájecího napětí U_2 .

Časový průběh primárního proudu usměrňovače v daném dvanáctipulzním schématu, znázorněný na [obrázku 3](#), se skládá ze dvou průběhů, a to:

- z průběhu primárního proudu daného sekundárním vinutím usměrňovačového transformátoru zapojeného do hvězdy, viz [obrázek 4](#)
- z průběhu primárního proudu daného sekundárním vinutím usměrňovačového transformátoru zapojeného do trojúhelníka, viz [obrázek 5](#).

Součtový proud vykazuje ve svém časovém průběhu za jednu půlperiodu:

- tři oblasti komutace, kdy primární proud narůstá,
- tři oblasti komutace, kdy primární proud klesá.

5. Spektrální analýza celkového primárního proudu dvanáctipulzního usměrňovače

Pro spektrální analýzu byl použit SW SPice, verze 4.0, která byla získána jako "evaluation version" bez nároků na úplatu.

Netlist popisující celé schéma je uveden v následující tabulce:

Dvanáctipulzní usměrňovač můstkový pro úhel překrytí

Sekce hvězdy:

- pomocný prvek: RPOM 95 0 1G
- zatěžovací obvod: RZ 0 9 200
LZ 9 4 1.2
- fázové indukčnosti:| L1 6 1 1.4m
L2 7 2 1.4m
L3 8 3 1.4m
- diodová usměrňovací skupina: D12 1 0 D
D11 4 1 D
D22 2 0 D
D21 4 2 D
D32 3 0 D
D31 4 3 D
- fázová napájecí napětí:

VA 6 95 sin(0 2050 50 0 0 0)
 VB 7 95 sin(0 2050 50 0 0 120)
 VC 8 95 sin(0 2050 50 0 0 240)

Sekce trojúhelníka:

- pomocný prvek:

RPOMa 85 0 1G

- zatěžovací obvod:

RZa 0 90 200
 LZa 90 40 1.2

- fázové indukčnosti:

L1a 60 10 1.4m
 L2a 70 20 1.4m
 L3a 80 30 1.4m

- diodová usměrňovací skupina:

D12a 10 0 D
 D11a 40 10 D
 D22a 20 0 D
 D21a 40 20 D
 D32a 30 0 D
 D31a 40 30 D

- fázová napájecí napětí ve hvězdě vzniklé transfigurací trojúhelníka:

V_{Aa} 60 85 sin(0 2050 50 0 0 30)
 V_{Ba} 70 85 sin(0 2050 50 0 0 150)
 V_{Ca} 80 85 sin(0 2050 50 0 0 270)

- společné prvky pro ovládání výpočtu

```
.model D d () ; *ipsp*
.probe I(L1) I(L1a) I(L2a)
.tran 1.000u .08 .06 40.000u ; *ipsp*
.end
```

Poznámky k netlistu SPice:

1. Program SPice vyžaduje, aby jeden bod obvodu byl určen jako vztažný bod a je označen symbolem "0". V daném případě byl takto označen jeden pól usměrněného výstupního napětí.
2. Výpočet programem SPice v případě použití nelineárních prvků (zde usměrňovacích diod) odmítá v jistých časových okamžicích konvergovat. Z tohoto důvodu jsou uzly obou napájecích hvězd ("95" a "85") propojeny pomocnými odpory **RPOM** a **RPOMa** s uzlem "0", a jejich zvolená hodnota **RPOM = RPOMa = 1 GΩ** nijak neovlivní výstupní číselné hodnoty.
3. Zatěžovací obvody obou sekcí jsou tvořeny sériovou kombinací **RZ = RZa = 200 Ω** a vyhlazovací indukčnosti **LZ = LZa = 1,2 H**, zapojenou na výstupní svorky usměrňovače značené "4" a "40". Hodnota vyhlazovacích tlumivek **LZ** a **LZa** byla zvolena tak, aby zajistila postačující vyhlazení výstupního proudu obou sekcí odděleně a nikoliv jen celého usměrňovače.
4. Hodnoty fázových tlumivek **L1**, **L2**, **L3**, **L1a**, **L2a** a **L3a** byly měněny postupně v mezích od **0,5 mH** do **24,4 mH**. Výchozí nejmenší hodnota byla omezena konvergencí výpočtu, horní hodnota pak vykazovala úhel překrytí $\gamma \approx 22$ elektrických stupňů, což se blíží poměrům při jmenovitém zatížení usměrňovače.

5. Pro usměrňovací diody byl zvolen standardní knihovní model značený "D".
6. Fázová napájecí napětí sekce hvězdy jsou značena **VA**, **VB** a **VC**, mají amplitudu 2050 V při průmyslovém kmitočtu 50 Hz a vzájemné fázové úhly po 120 elektrických stupních.
7. Napájecí napětí sekce trojúhelníka odpovídají hvězdě vzniklé transfigurací trojúhelníka s napětími **V_{Aa}**, **V_{Ba}** a **V_{Ca}**, protože v programu SPice se nepodařilo realizovat napájení ve schématu trojúhelníka napětí.
8. Okamžité hodnoty primárního proudu v přívodu do sekce hvězdy **I_V** jsou při výpočtu vzaty jako hodnoty proudu **I(L1)** procházejícího prvkem **L1**, připojeným na fázové napětí **VA**; pro proud **I_V** tedy platí výraz

$$I_V = I(L1) \quad (11)$$

9. Okamžité hodnoty primárního proudu v přívodu do sekce trojúhelníka **I_D** jsou vyjádřeny ve smyslu Kirchhoffova zákona s použitím:
 - proudu **I(L1a)** procházejícího prvkem **L1a** připojeným na napětí **V_{Aa}** pootočeného vůči napětí **V_a** o 30 elektrických stupňů,
 - proudu **I(L2a)** procházejícího prvkem **L2a** připojeným na napětí **V_{Ba}**, přičemž tento proud nutno odečítat, protože teprve napětí (**-V_{Ba}**) je vůči napětí **V_a** otočeno také o 30 elektrických stupňů, avšak v opačném smyslu než napětí **V_{Aa}**; pro proud **I_D** tedy platí výraz

$$I_D = [I(L1a) - I(L2a)] : \sqrt{3} \quad (12)$$

10. Okamžité hodnoty celkového proudu v přívodu do usměrňovače **I_{CELK}** jsou pak dány součtem podle výrazu

$$I_{CELK} = I_V + I_D = I(L1) + [I(L1a) - I(L2a)] : \sqrt{3} \quad (13)$$

11. V závěru netlistu je uvedeno, že budou zobrazeny časové průběhy s krokem po 1 μs až ve čtvrté periodě (od 60. do 80. milisekundy po zapnutí), jak definuje ustanovení

$$\text{.tran 1.000u .08 .06 40.000u ; *ipsp*} \quad (14)$$

12. Pro analýzu byl použit režim "Transient" s parametry:

- PRINT STEP 1.00u
- STEP CEILING 40.0u

Pro spektrální analýzu poskytuje SW SPice verze 4.0 dvě možnosti, a to:

- je-li analyzovaný časový průběh uveden v seznamu průběhů počítaných přímo tímto programem, pak je možné získat soubor amplitudových i fázových charakteristik jednotlivých harmonických přímo v tabulkové formě až do předem zadaného řádu; to se týká analýzy např. výrazu (11),

- je-li však analyzovaný časový průběh popsán kombinací několika průběhů počítaných individuálně přímo SW SPice, jako např. výrazem (12) nebo (13), pak je nutno použít metody převodu analyzovaného kombinovaného časového průběhu do frekvenční oblasti Fourierovou transformací, která poskytne možnost odečtu amplitud jednotlivých spektrálních složek zadaného časového průběhu.

6. Vyšetření hodnot úhlu překrytí fázových proudů

Úhel překrytí fázových proudů γ je jistým ukazatelem zatížení usměrňovací skupiny. Jeho hodnota narůstá v souladu s výrazem (10) za jinak stejných podmínek (daných hodnotami X_A a U_2) s rostoucím proudovým zatížením usměrňovače I_{DC} od nulové hodnoty do zhruba 25 elektrických stupňů při jmenovitém zatížení trakčního usměrňovače 3 kV DC ČD.

Číselnou hodnotu úhlu překrytí γ můžeme určit:

- buď pomocí výrazu (10),
- nebo odečítat přímo z časového průběhu celkového primárního proudu usměrňovače I_{CELK}

Druhá cesta je názornější, avšak méně přesná. Časový průběh proudu, který v oblasti komutace ve smyslu výrazu (7) narůstá, či který ve smyslu výrazu (8) klesá, má na svém počátku nulovou strmost, jak ukazuje první derivace výrazů (7) a (8), a kurzorem lze jen nepřesně určit vlastní začátek oblasti komutace, i když okamžik jejího ukončení je již definován výrazněji. Podrobnější rozbor vzniku a velikosti úhlu překrytí γ ukázal, že všech šest oblastí komutace vykazuje stejné délky, takže nezáleží při jejím stanovování druhou cestou, kterou konkrétní oblast pro odečítání časových okamžiků začátku a konce oblasti komutace použijeme.

7. Obecně platný diagram závislosti poměrného obsahu harmonických primárního proudu řádu 11, 13, 23 a 25 na velikosti úhlu překrytí proudů

Diagram na [obrázku 6](#) znázorňuje závislost procentního obsahu 11., 13., 23. a 25. harmonické v primárním proudu dvanáctipulzního usměrňovače na úhlu překrytí fázových proudů.

Je konstruován opakovaným použitím výše popsaného výpočetního programu SPice pro postupně měněné hodnoty fázové indukčnosti při stálém charakteru zatěžovacího obvodu. Hodnoty úhlů překrytí γ byly stanoveny pomocí první cesty, tedy výpočtem podle výrazu (10). Veličina I_{DC} byla stanovena pomocným použitím téhož programu, kde byla požadována Fourierova analýza proudu $I(RZ) = I(RZa)$, z jejíž tabulek byla převzata pouze stejnosměrná složka dávající požadované hodnoty I_{DC} .

Diagramy pro jednotlivé harmonické protínají svislou osu v bodech, které odpovídají úhlu překrytí $\gamma = 0$, tedy stavu při zanedbání fázových reaktancí, jak předpokládá platnost amplitudového zákona (1).

Křivky pro 11. a 13. harmonickou jsou v diagramu doplněny výrazy dovolujícími analytickou aproximaci vykreslených průběhů včetně údaje o přesnosti této aproximace (R^2).

8. Ukázka závislosti poměrného obsahu harmonických primárního proudu řádu 11, 13, 23 a 25 na velikosti zatěžovacího proudu usměrňovače

Výraz (10) dovoluje navázat hodnoty úhlu překrytí fázových proudů γ na hodnoty usměrněného proudu I_{DC} vždy pro zvolené hodnoty X_A při ponechání U_2 na konstantní hodnotě. Úpravou výrazu (10) totiž dostaneme, že

$$I_{DC} \cdot X_A = \frac{U_2 \cdot \sqrt{6} \cdot [1 - \cos(\gamma)]}{2} \quad (15)$$

Pro ukázkou závislosti poměrného obsahu harmonických v primárním proudu na zatěžovacím proudu usměrňovače zvolíme následující výchozí parametry:

- jmenovitý zatěžovací proud trakčního usměrňovače ČD jako celku zvolíme $I_{DC,CELK} = 2 \cdot I_{DC} = 1500 \text{ A}$
- této proudové hodnotě přiřadíme úhel překrytí (největší z vypočtených) $\gamma = 21,65$ elektrických stupňů,
- této hodnotě úhlu překrytí a poloviční hodnotě zvoleného proudu $I_{DC,CELK}$ náleží podle výrazu (10) při dané hodnotě fázového napětí fázová indukčnost $L1 = 0,5315 \text{ mH}$, zajišťující nezávisle v obou částech schématu samostatnou komutaci fázových proudů.

V dalším budeme předpokládat, že takto sestavený dvanáctipulzní usměrňovač bude zatěžován menšími proudy, které způsobí podle výrazu (10) menší hodnoty úhlu překrytí γ . Na vodorovnou osu pak vyneseme místo stupnice úhlu překrytí stupnici odpovídajících hodnot celkového usměrněného proudu podle upraveného výrazu (15)

$$I_{DC,CELK} = \frac{2 \cdot [1 - \cos(\gamma)] \cdot U_2 \cdot \sqrt{6}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot L1 \cdot 2} \quad (16)$$

což po dosazení výchozích hodnot a vyčíslení dává vztah

$$I_{DC,CELK} = 21257,2 \cdot [1 - \cos(\gamma)] \quad (17)$$

Ukázka závislosti procentního obsahu harmonických na celkovém zatěžovacím proudu usměrňovače je pro zvolené výchozí hodnoty uvedena na [obrázku 7](#).

Pro názornost ještě ukážeme závislost hodnot 11. a 13. harmonické primárního proudu v ampérových hodnotách vztažených na výše citované vstupní hodnoty číselného příkladu.

Pro odvození této závislosti nám poslouží náhradní analytické výrazy uvedené na [obrázku 7](#) pro procentní obsah 11. a 13 harmonické. Tyto hodnoty jsou vztaženy na hodnotu základní harmonické I_1 . Převod transformátoru usměrňovače byl stanoven hodnotou 8,76.

Vztah hodnoty celkového usměrněného proudu $I_{DC,CELK}$ k hodnotě proudu I_1 byl odvozen použitím výše uvedeného programu a stanoven výrazem

$$I_{DC,CELK} \cong \frac{I_1 \cdot 8,76}{1,05} = \frac{I_1}{0,12} \quad (18)$$

Tento vztah dosadíme do aproximačních výrazů uvedených na [obrázku 7](#) a dostaneme po vyčíslení

- pro 11. harmonickou

$$I_{11} = \left(\frac{3E^{-7} \cdot I_1^3}{0,12^2} - 0,0029 \frac{I_1^2}{0,12} + 9,078 \cdot I_1 \right) \frac{1}{100} =$$

$$= 2,083E^{-7} \cdot I_1^3 - 2,417E^{-4} \cdot I_1^2 + 9,078E^{-2} \cdot I_1 \quad [A] \quad (19)$$

- pro 13. harmonickou

$$I_{13} = \left(\frac{6E^{-7} \cdot I_1^3}{0,12^2} - 0,0035 \cdot \frac{I_1^2}{0,12} + 7,6532 \cdot I_1 \right) \frac{1}{100} =$$

$$= 4,167E^{-7} \cdot I_1^3 - 2,92E^{-4} \cdot I_1^2 + 7,653E^{-2} \cdot I_1 \quad [A] \quad (20)$$

Tyto průběhy jsou vyneseny na [obrázku 8](#).

9. Spektrální složení primárního proudu sekce Y, sekce D a celkového proudu

Obě sekce dvanáctifázového usměrňovače komutují samostatně a jeví se tedy vůči primární napájecí síti jako dva paralelně pracující šestipulzní usměrňovače.

Tyto samostatné sekce mají tedy ve svém primárním proudu mimo složek 11. a 13. harmonické také složky 5. a 7. harmonické, jak dokládá tato tabulka platící pro zvolené hodnoty indukčnosti fázových tlumivek L1 až L3a 10,4 mH:

n	I(L1)	I(L1a)	I(L2a)
1	18,37 /-9,536	18,37 /20,46	18,37 /140,5
5	3,565 /131,6	3,565 /-78,37	3,564 /161,6
7	2,370 /114,2	2,370 /-35,81	2,370 /84,19
11	1,349 /-105,9	1,349 /-136,0	1,349 /104,1
13	1,038 /-125,4	1,038 /-95,41	1,038 /24,58

Zatím co spektrum primárního proudu sekce Y je dáno podle výrazu (11) přímo složkami proudu $I(L1)$, je nutno složky primárního proudu sekce D určit podle výrazu (12).

Tímto postupem dostaneme *pro 5. harmonickou* postupně:

$$I(L1) = 3,565 \cdot (-0,66393 + j 0,74780)$$

$$\frac{I(L1a) - I(L2a)}{\sqrt{3}} = 3,565 \cdot (0,66422 - j 0,74774)$$

Pro složku 5. harmonické celkového primárního proudu I_{CELK} dostaneme podle (13)

$$I_{\text{CELK}} = 3,565 \cdot (0,00029 + j 0,00006) \cong 0$$

Podobně *pro složky 7. harmonické* dostaneme stejným postupem:

$$I(L1) = 2,370 \cdot (-0,40992 + j 0,91212)$$

$$\frac{I(L1a) - I(L2a)}{\sqrt{3}} = 2,370 \cdot (0,40976 - j 0,91219)$$

Pro složku 7. harmonické celkového primárního proudu I_{CELK} dostaneme podle (13)

$$I_{\text{CELK}} = 2,370 \cdot (-0,00016 - j 0,00007) \cong 0$$

Podobně *pro složky 11. harmonické* dostaneme stejným postupem:

$$I(L1) = 1,349 \cdot (-0,27396 - j 0,96174)$$

$$\frac{I(L1a) - I(L2a)}{\sqrt{3}} = 1,349 \cdot (-0,27466 - j 0,96102)$$

Pro složku 11. harmonické celkového primárního proudu I_{CELK} dostaneme podle (13)

$$I_{\text{CELK}} = 1,349 \cdot (-0,54862 - j 1,92276)$$

Podobně *pro složky 13. harmonické* dostaneme stejným postupem:

$$I(L1) = 1,038 \cdot (-0,57928 - j 0,81513)$$

$$\frac{I(L1a) - I(L2a)}{\sqrt{3}} = 1,038 \cdot (-0,57946 - j 0,81494)$$

Pro složku 13. harmonické celkového primárního proudu I_{CELK} dostaneme podle (13)

$$I_{\text{CELK}} = 1,038 \cdot (-1,15874 - j 1,63007)$$

Z uvedeného číselného příkladu vyplývají dva závěry:

- spektrální složky 5. a 7. harmonické, produkované nezávisle oběma sekcemi dvanáctipulzního usměrňovače, jsou v protifázi a v celkovém primárním proudu se tedy ruší,
- spektrální složky 11. a 13. harmonické jsou oběma sekcemi usměrňovače produkovány v prakticky stejných hodnotách a v celkovém primárním proudu se vektorově sčítají,
- podobně se budou chovat i další spektrální složky (složky 17. a 19. harmonické se ruší, složky 23. a 25. se opět sčítají, atd.).

10. Souvislost hodnot úhlu překrytí γ a úhlu φ_1 definujícího účinník základní harmonické

Časové průběhy primárního proudu jak obou sekcí tak i celkového proudu dvanáctipulzního usměrňovače ukazují, že při respektování jevu překrytí fázových proudů musí docházet k opoždování křivky základní harmonické proudu vůči napájecímu napětí. Z toho plyne, že usměrňovač bude mít účinník základní harmonické induktivního charakteru.

Výjimečně se může v bodě připojení usměrňovače k napájecí síti objevit kapacitní charakter usměrňovače, pokud:

- usměrňovač bude pracovat na stejnosměrné straně naprázdno,
- a současně jeho přepěťové ochrany (R-C členy na sekundárních vinutích transformátoru) budou poskytovat jalový kapacitní výkon větší než je jalový induktivní výkon naprázdno pracujícího transformátoru usměrňovače.

Literatura [2] uvádí v kapitole 2.16 výraz pro souvislost úhlu φ_1 a γ ve tvaru

$$\varphi_1 \approx \left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \right) \gamma \quad (21)$$

Dále jsou v kapitole 4.13 téhož pramene uvedeny výrazy pro tuto souvislost, kde α je úhel zpoždění použitý pro fázově řízený usměrňovač (v našem případě je $\alpha = 0$):

- pro předpoklad kosinového časového průběhu proudů během komutace ve tvaru

$$\varphi_1 \approx \frac{2}{3} \gamma \quad (22)$$

- pro předpoklad idealizovaného lineárního časového průběhu proudů během komutace ve tvaru

$$\varphi_1 \approx \frac{1}{2} \gamma \quad (23)$$

Fourierovou analýzou pro celý rozsah hodnot fázových indukčností spektrální složky základní harmonické primárního proudu obou sekcí dvanáctipulzního usměrňovače a početně stanovené složky celkového primárního proudu byla vyšetřována hodnota podílu

$$\mathbf{K} = \frac{\varphi_1}{\gamma} \quad (24)$$

a tak vznikl [obrázek 9](#) znázorňující závislost \mathbf{K} jako funkce fázové indukčnosti $\mathbf{L1}$, definující i úhel překrytí γ .

11. Závislost účinníku základní harmonické na hodnotě usměrněného proudu

Účinník základní harmonické dvanáctipulzního usměrňovače je definován fázovým úhlem φ_1 , o který se opožduje časový průběh složky základní harmonické celkového primárního proudu za křivkou napájecího napětí.

Vztah mezi hodnotou úhlu φ_1 a úhlem překrytí γ je dán výrazem (24). Z odpovídajícího [obrázku 9](#) lze pro daný číselný příklad odvodit, že pro hodnotu činitele K platí s dobrou přibližností vztah

$$K \cong 0,67 \quad (25)$$

Dále použijeme vztah (17), udávající závislost celkového usměrněného proudu $I_{DC,CELK}$ na úhlu překrytí γ .

Kombinací těchto výrazů lze odvodit vztah pro závislost $\cos(\varphi_1)$ na $I_{DC,CELK}$ ve výpočetním tvaru

$$\cos(\varphi_1) = \cos \left[0,67 \cdot \arccos \left(1 - \frac{I_{DC,CELK}}{21257,2} \right) \right] \quad (26)$$

vzniklého kombinací výrazů (17), (24) a (25) a po úpravě dostaneme výraz

$$\cos \left(\frac{\varphi_1}{0,67} \right) = 1 - \frac{I_{DC,CELK}}{21257,2} \quad (27)$$

Závislost účinníku základní harmonické na usměrněném proudu podle výrazu (26) obsahuje [obrázek 10](#).

V tomto obrázku jsou však hodnoty podle (26) v oblasti malých hodnot usměrněného proudu potlačeny, protože v této oblasti a v reálných podmínkách převažuje již vliv magnetizačního příkonu transformátoru usměrňovače, který byl v simulaci obvodu zanedbán. Tato část průběhu je vyznačena odhadnutou křivkou vynesenu tečkovaně.

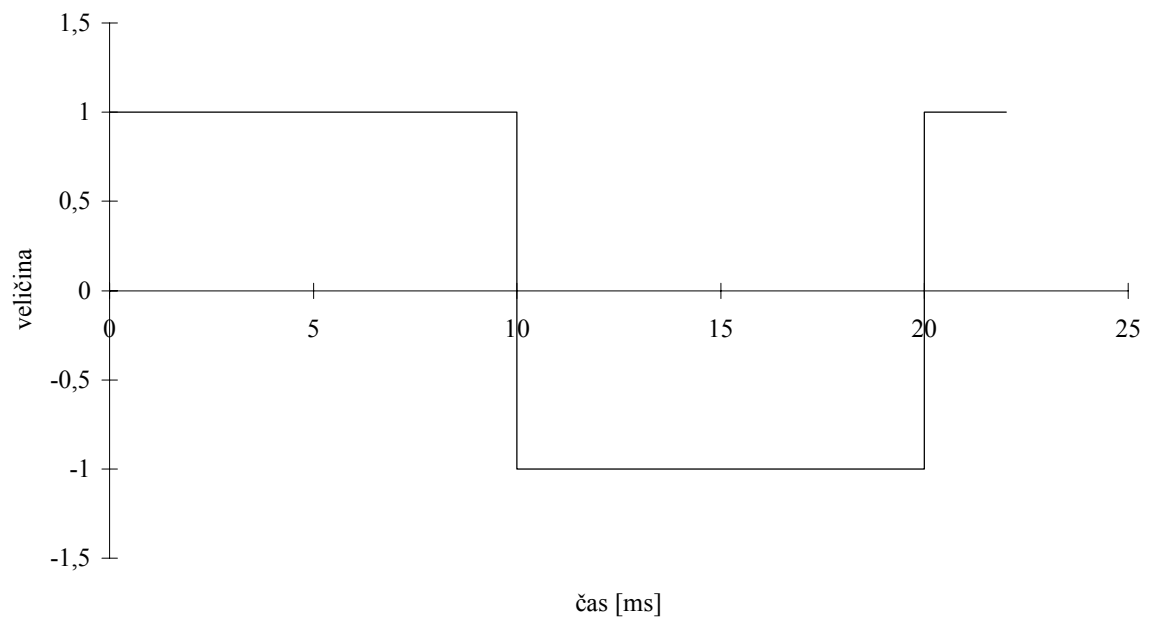
Celý průběh odpovídá i hodnotám zjištěným při měření na usměrňovačích trakčních napájecích stanic ČD.

12. Závěr

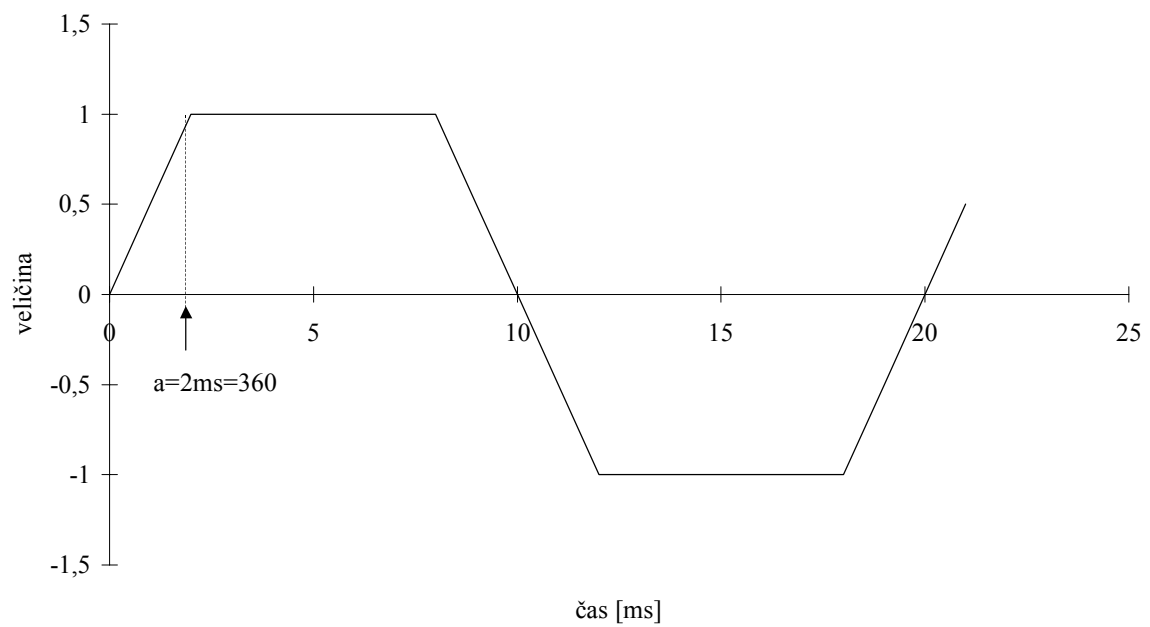
Studie upřesňuje pohled na kvalitu odběru elektrické energie dvanáctifázovým usměrňovačem, jak jej používají České dráhy. Přináší nové poznatky, což se týká především předpokladů pro platnost tzv. "amplitudového zákona", udávajícího poměrné hodnoty harmonických v primárním proudu usměrňovače. Analýza ukazuje omezenou oblast platnosti tohoto zákona a uvádí výsledky počítačové metody pro stanovení vazby primárních proudových harmonických na úhlu překrytí a tím i na zátěži usměrňovače. V závěru je podáno vysvětlení pro nepřítomnost složek 5. a 7. harmonické v celkovém primárním proudu usměrňovače a pro závislost účinníku základní harmonické na zátěži usměrňovače.

Obrázky:

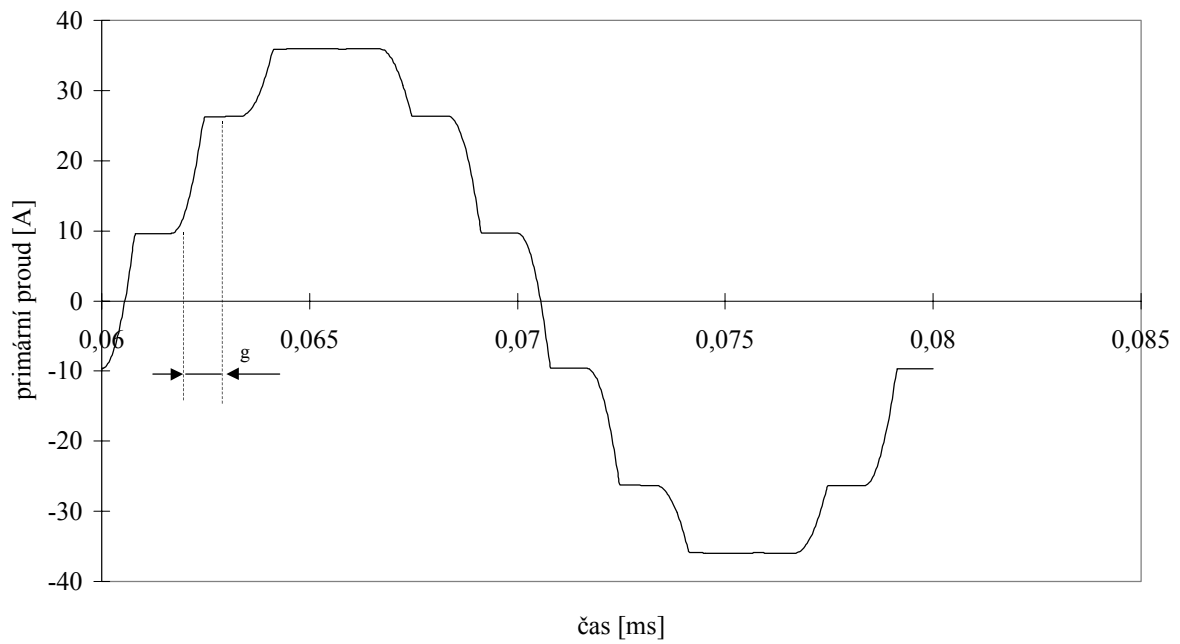
Obr. 1: Pravoúhlý průběh



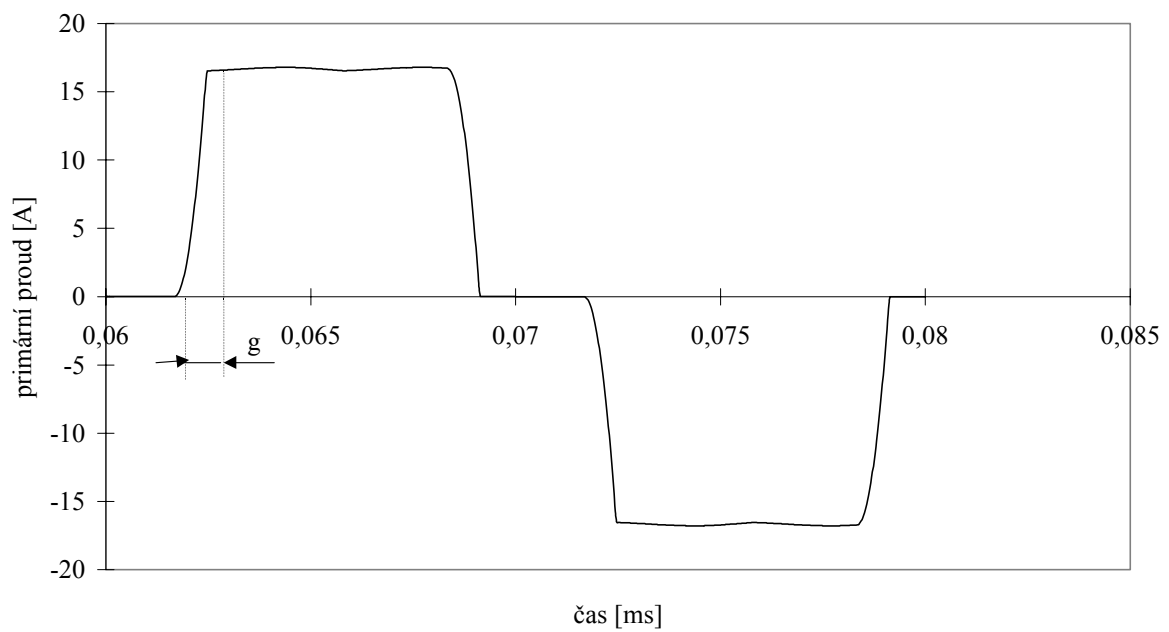
Obr. 2: Průběh rovnoramenného lichoběžníka



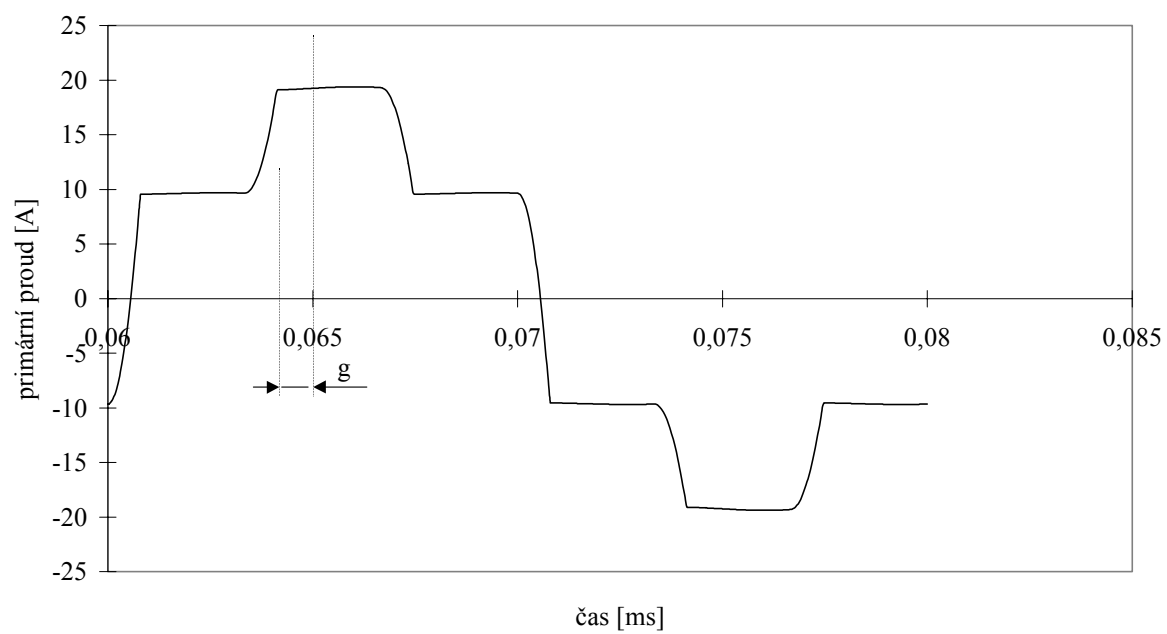
Obr. 3: Celkový primární proud dvanáctipulzního usměřovače



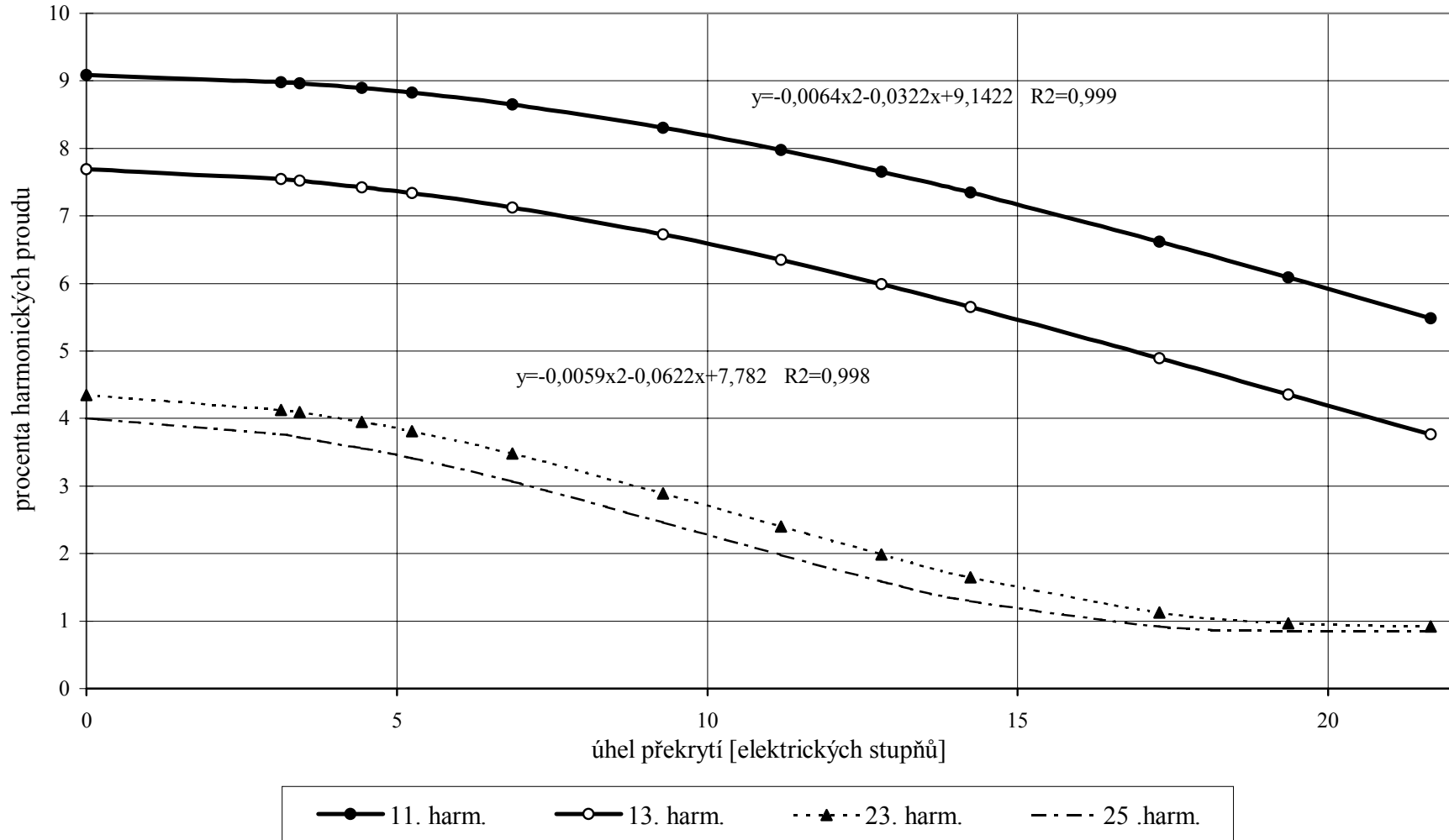
Obr. 4: Primární proud Y-sekce dvanáctipulzního usměřovače



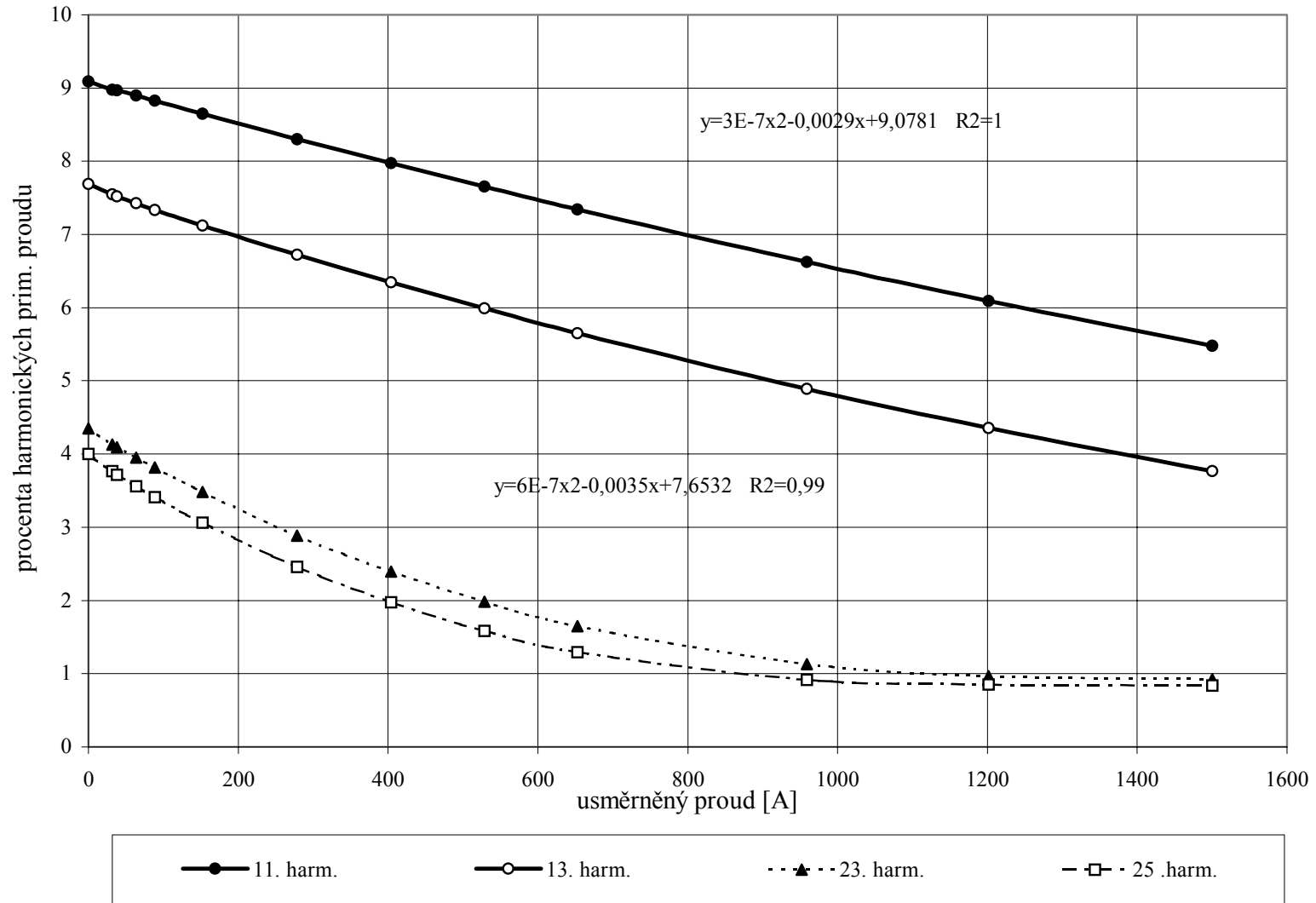
Obr. 5: Primární proud D-sekce dvanáctipulzního usměřovače



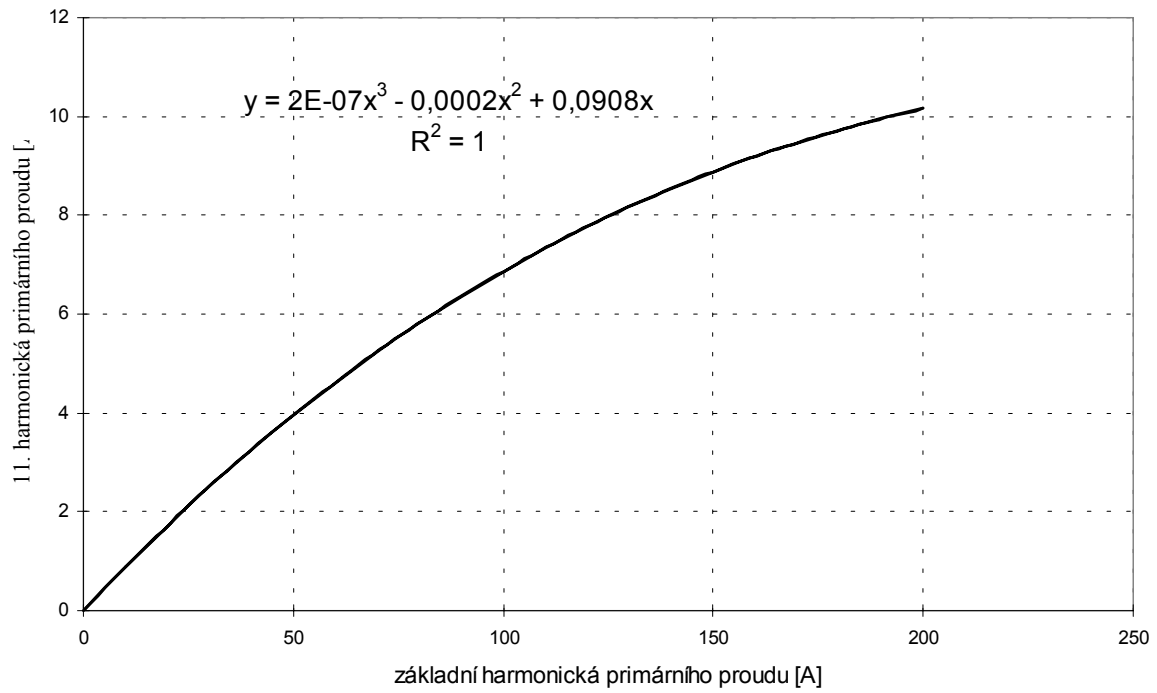
Obr. 6: Procentní hodnoty harmonických primárního proudu dvanáctipulzního usměrňovače



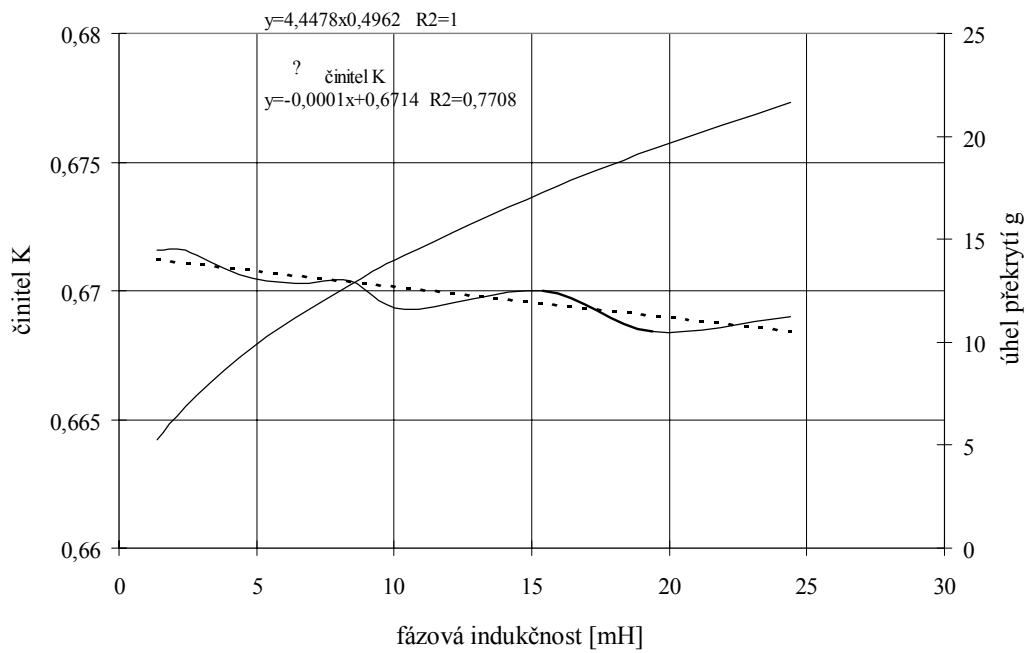
Obr. 7: Procentní hodnoty harmonických primárního proudu dvanáctipulzního usměrňovače



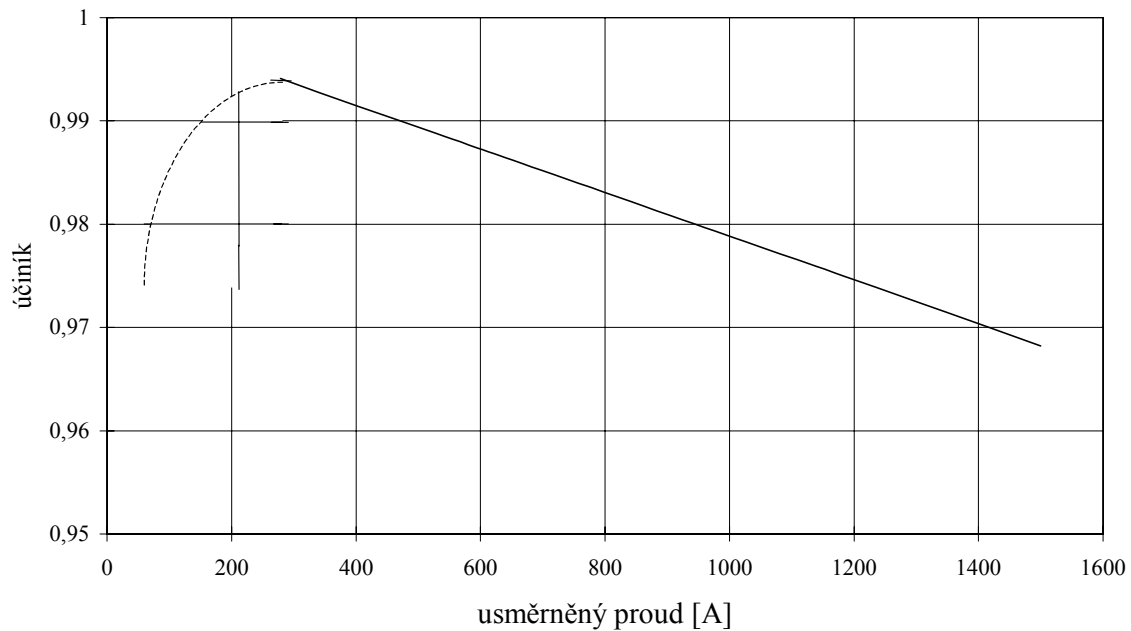
Obsah 8. harmonické v primárním proudu v závislosti na 1. harmonické tohoto proudu



Obr. 9: Závislost činitele K a úhlu překrytí ? na fázové indukčnosti



Obr. 10: Závislost účinníku základní harmonické na usměrněném proudu



Literatura:

- [1] Technický průvodce pro inženýry a stavitele, sešit 12 "Elektrotechnika, II. část", ČMT, Praha 1932
- [2] Kaganov, I. L.: Elektronnye i ionnye preobrazovateli, část III. Capi pitaniya i upravleniya ionnyh priborov, Gosenergoizdat, Moskva 1956
- [3] Rozanov, J. K.: Základy výkonové měničové techniky, SNTL, Praha 1985
- [4] Černyšev, M. A.: Invertornye agregaty tjagovych podstancij, Transželdorizdat Moskva 1956
- [5] Hlávka, J.: Střídavé proudy, SNTL, Praha 1958

V Praze, leden 2002

Lektoroval: Ing. Jiří Krupica
ČD TÚDC EMC Praha