

Lukáš Týfa

## Určení délky traťových úseků bez znalosti jejich projektu

*Klíčová slova: novostavby železničních tratí, železniční síť, délka trati, konfigurace terénu*

Ve stádiu studií a úvah o vytvoření nebo zásadní rekonfiguraci sítě kolejové dopravy v extravilánu je nutné znát pro vstupy do algoritmů, které využívají především teorii grafů a které následně tuto síť optimalizují, délky jednotlivých traťových úseků. Jedná se například o síť vysokorychlostních tratí nebo příměstských tratí pro obsluhu spádové oblasti aglomerace. Určení délky traťového úseku mezi určitými dvěma body objektivním způsobem před výstavbou trati je možné pouze jejím zjištěním z existujícího projektu (studie). Protože však nejsou v této fázi řešení projektově zpracována všechna možná spojení mezi sledovanými body (není většinou známo, kudy přesně povedou jednotlivé traťové úseky, které v modelu dopravní sítě představují hrany grafu spojující jeho uzly), není možné ani stanovit délku těchto úseků. Projekty na jednotlivé úseky se totiž budou vytvářet až po rozhodnutí, které úseky tratí (hrany grafu) se budou realizovat. Je však potřeba pro další optimalizaci dopravní sítě délku traťových úseků určit alespoň přibližně podle nějaké obecné zásady.

V tomto článku je představena vlastní autorova metoda, která využívá subjektivního expertního kvalitativního ohodnocení konfigurace terénu mezi každými dvěma body a vzdušné vzdálenosti mezi těmito dvěma body. Jedná se pochopitelně o zohlednění pouze jednoho faktoru, který ovlivňuje délku traťového úseku – mezi další důležité skutečnosti patří například hustota osídlení, velikost sídel a míra ochrany životního prostředí, jejichž zohlednění a formální vyjádření může na dále popsany postup navázat.

Postup určení délky traťového úseku bez znalosti jeho projektu je takový, že z dostupných mapových podkladů se nejprve určí vzdušná vzdálenost mezi těmito dvěma body a poté odborník ohodnotí konfiguraci terénu mezi těmito dvěma body známkou podle stupnice v rozsahu od jedné do pěti, přičemž jednička značí terén rovinatý a pětka velmi kopcovitý (nezáleží tedy na absolutní nadmořské výšce dvou bodů, ale na rozdílu nadmořských výšek a četnosti těchto rozdílů). Pokud expert dojde k závěru, že konfiguraci terénu nelze ohodnotit mezi danými dvěma body najednou, je samozřejmě možné rozdělit danou vzdušnou vzdálenost na několik částí, délku úseku spočítat pro každou část zvlášť a poté je sečíst.

Vlastní výpočet délky traťového úseku (hrany grafu) vychází z předpokladu, že v rovinném terénu je železniční trať vedena na zemním tělese po terénu a délka trati je téměř totožná se vzdušnou vzdáleností mezi dvěma body. S postupně narůstající komplikovaností konfigurace terénu se délka trati oproti vzdušné vzdálenosti zvyšuje tak, jak se při trasování trať vyhýbá některým terénním nerovnostem, a to až do určité míry, kdy z důvodu složitosti terénu se musí na trati budovat dlouhé mostní objekty a tunely. Tím se sice zvyšují stavební náklady, ale délka trati se opět postupně přibližuje vzdušné vzdálenosti až do teoretické

situace, kdy při mimořádně nevhodné konfiguraci terénu jsou dva body spojeny jen tunelem nebo mostem.

Autor tedy doporučuje popsat uvedenou závislost mezi konfigurací terénu a délkou traťového úseku horní polovinou elipsy zobrazené v pravoúhlé soustavě dvou souřadnic, kdy nezávisle proměnnou je kvalitativní ohodnocení konfigurace terénu a závislou proměnnou součinitel konfigurace terénu.

Hlavní osa<sup>1</sup> takovéto elipsy je rovnoběžná s osou nezávislé proměnné a vždy tvoří úsečku mezi body o souřadnicích [1;1] a [5;1] – příklad popisovaného grafu je na obr. 1. Je samozřejmě možné místo druhého bodu o souřadnici pět na ose nezávislé proměnné zvolit libovolné jiné reálné číslo větší než jedna, čímž se dále popsaný princip metody nezmění; definiční obor vytvořené funkce od jedné do pěti však vhodně využívá stupnici užívanou na našich školách. Kuželosečka ve tvaru elipsy byla zvolena na rozdíl například od paraboly se záporným kvadratickým členem (nebo jiné sudé mocninné funkce) především proto, že ji lze snadno definovat na požadovaném definičním oboru funkce a její průběh lépe odpovídá předpokládaným skutečným hodnotám (pozdvolný nárůst křivky od krajů elipsy směrem k jejímu středu).

Obecná rovnice elipsy se středem v bodě  $[x_s; y_s]$ , jejíž osy jsou rovnoběžné s osami pravoúhlého souřadného systému, je uvedena v rovnici (1):

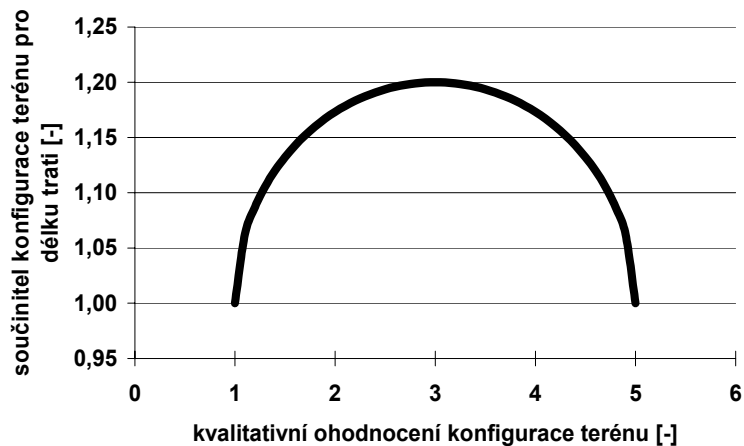
$$\frac{(x - x_s)^2}{a^2} + \frac{(y - y_s)^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

- kde  $x$  - nezávislá proměnná  
 $x_s$  - souřadnice středu elipsy nezávislé proměnné  
 $y$  - závislá proměnná  
 $y_s$  - souřadnice středu elipsy závislé proměnné  
 $a$  - délka hlavní poloosy elipsy ( $a > b$ )  
 $b$  - délka vedlejší poloosy elipsy

Po vyjádření závislé proměnné  $y$  ze vztahu (1) vznikne výraz (2), který vychází ze získání obecně dvou kořenů kvadratické rovnice:

$$y = y_s \pm b \cdot \sqrt{1 - \frac{(x - x_s)^2}{a^2}} \quad (2)$$

Jak vyplývá z úvodního popisu požadavků na zobrazovaný graf, střed elipsy se nachází v bodě [3;1], z čehož plyne, že proměnná  $x_s$  nabývá hodnoty tři a proměnná  $y_s$  hodnoty jedna. Dále je délka hlavní poloosy  $a$  rovna dvěma a použije se pouze horní polovina elipsy (jeden kořen kvadratické rovnice). Vztah (2) se tedy poté dosazením jmenovaných



obr. 1 – Součinitel konfigurace terénu pro délku trati

<sup>1</sup> Ačkoli obecně by mohla být s osou nezávislé proměnné rovnoběžná jak hlavní, tak vedlejší osa elipsy, po vyjádření délky hlavní a vedlejší poloosy a analýze podmínek platnosti získaného výrazu vyjde jako jediná možnost rovnoběžnost právě hlavní osy elipsy s osou nezávislé proměnné.

hodnot a uvedením proměnných konkrétních pro tento případ změni na (3) (protože je potřeba pouze horní polovina elipsy, změnilo se znaménko „±“ na „+“):

$$l_s = 1 + k_b \cdot \sqrt{1 - \frac{(\delta - 3)^2}{4}} \quad (3)$$

kde  $l_s$  - součinitel konfigurace terénu pro výpočet délky traťového úseku [-]  
 $k_b$  - délka vedlejší poloosy elipsy [-]  
 $\delta$  - kvalitativní ohodnocení konfigurace terénu [-]

Vypočtený součinitel konfigurace terénu pro výpočet délky traťového úseku  $l_s$  podle (3) se pak použije pro výpočet konkrétní délky traťového úseku v závislosti na vzdušné vzdálenosti mezi dvěma zvolenými místy podle vztahu (4):

$$a = l_{et} a \cdot s_l \quad (4)$$

kde  $a$  - odhadnutá délka traťového úseku [km]  
 $l_{et} a$  - vzdušná vzdálenost mezi dvěma zvolenými místy [km]

Ve výrazu (3) zbývá pro konkrétní výpočet určit délku vedlejší poloosy elipsy  $k_b$ , kterou lze interpretovat jako míru náročnosti požadavků na trasování trati (směrové a sklonové poměry) a která je charakteristická pro určitý typ dráhy (vysokorychlostní trať, příměstská trať apod.). Veličinu  $k_b$  doporučuje autor určit tak, že se získají délky traťových úseků se stejnými (nebo alespoň velmi podobnými) parametry podle projektů nebo realizovaných staveb  $a_i$ . Odborník dále podle mapových podkladů ohodnotí konfiguraci terénu  $\delta_i$  a změří vzdušnou vzdálenost mezi danými místy  $l_{et} a_i$ . Hodnotu veličiny  $k_{b,i}$  pro každý realizovaný nebo vyprojektovaný traťový úsek  $i$  je pak možné určit ze vztahu (5), který byl získán tak, že byl vztah (4) dosazen do výrazu (3) a vyjádřena hodnota  $k_b$ . Z jednotlivých hodnot  $k_{b,i}$  se pak spočte prostý aritmetický průměr, který bude používán jako délka vedlejší poloosy elipsy pro hledané délky traťových úseků. Příklad výpočtu veličiny  $k_b$  pro vysokorychlostní trať na území ČR podle [2] je naznačen v tab. 1.

$$k_{b,i} = \sqrt{\frac{-4 \cdot \left( \frac{a_i}{l_{et} a_i} - 1 \right)^2}{(\delta_i - 5) \cdot (\delta_i - 1)}} \quad (5)$$

Z hlediska správného matematického vyjádření by mělo být ve vztahu (5) před odmocninou znaménko „±“, ale záporné hodnoty proměnné  $k_b$  nedávají praktický smysl, protože by v rovnici (3) způsobovaly hodnotu součinitele konfigurace terénu menší než jedna, a tudíž následně ve vztahu (4) kratší délku traťového úseku, než je vzdušná vzdálenost. Dále je nutné mít na paměti, že do vztahu (5) není možné (aby byl výraz matematicky určitý) dosazovat kvalitativní hodnocení konfigurace terénu  $\delta_i$  přesně jedna nebo pět. Toto omezení lze obejít buď tak, že v případě potřeby vložit  $\delta_i = 1$  se dosadí do výrazu číslo o málo větší než jedna a v případě požadavku na  $\delta_i = 5$  se dosadí do vztahu číslo o málo menší než pět, nebo tak, že se definiční obor funkce (5) dodefinuje tak, že pro hodnoty  $\delta_i = 1$  a  $\delta_i = 5$  bude  $k_b$  rovno nule – to totiž vychází jak z logické interpretace této veličiny, tak z výpočtu limity této funkce pro  $\delta_i$  blížící se k jedné zprava a pro  $\delta_i$  blížící se k pěti zleva.

Protože ve většině případů použití metody popsané v tomto článku bude potřeba spočítat délku traťových úseků mezi více body optimalizované dopravní sítě, s výhodou je možné zapisovat jak vzdušné vzdálenosti mezi jednotlivými body, tak kvalitativní ohodnocení konfigurace terénu do čtvercové matice  $n \times n$  (kde  $n$  je počet vrcholů grafu představujícího dopravní síť), jejíž řádky a sloupce odpovídají jednotlivým místům, resp. vrcholům grafu, a

jejíž prvky na hlavní diagonále neobsahují žádné hodnoty. Nabízí se dvě možnosti zápisu hodnot a výpočet výsledků do matic. Je možné do jedné matice zapisovat vzdušnou vzdálenost, do druhé kvalitativní ohodnocení konfigurace terénu a do třetí výslednou odhadnutou délku jednotlivých traťových úseků podle vztahů (3) a (4) s tím, že všechny tři matice budou mít vyplněnu vždy jen jednu svoji polovinu, resp. mohou být symetrické. Nebo je možné do jedné matice zapisovat vstupy, tj. vzdušné vzdálenosti do jedné poloviny matice a kvalitativní ohodnocení konfigurace terénu do druhé poloviny matice, a ve druhé matici spočítat výsledky tak, že v jedné polovině matice se bude počítat součinitel konfigurace terénu pro výpočet délky traťového úseku a v druhé polovině téže matice budou navazovat konečné výsledky v podobě odhadnuté délky traťových úseků. Druhá možnost je úspornější a zároveň přehlednější – ukázka je na obr. 2.

| směr                          | vzdálenost [km] |         | $\delta$ | $k_b$       |
|-------------------------------|-----------------|---------|----------|-------------|
|                               | vzdušná         | projekt |          |             |
| Praha – sever, státní hranice | 86,4            | 95      | 2,7      | 0,10        |
| Praha – západ, státní hranice | 140,0           | 145     | 3,0      | 0,04        |
| Praha – Brno                  | 194,4           | 209     | 3,2      | 0,08        |
| Brno – sever, státní hranice  | 159,2           | 173     | 2,5      | 0,09        |
| Brno – jih, státní hranice    | 44,0            | 65      | 2,0      | 0,55        |
| <b>aritmetický průměr</b>     |                 |         |          | <b>0,17</b> |

tab. 1 – Určení součinitele konfigurace terénu pro délku vysokorychlostní trati podle [2]

Výše popsaná metoda pro stanovení délky traťových úseků tratí bez znalosti vedení jejich skutečné nebo projektované trasy je sice velmi přibližná, zohledňuje jen jedno hledisko významné pro výstavbu tratí a závisí na subjektivním hodnocení člověka (tudíž různí zpracovatelé mohou dojít k odlišným výsledkům), ale na druhou stranu je velmi jednoduchá a rychlá. Pro plánování rozsáhlých kolejových sítí nebo jejich zásadní přestavbu může být uvedený postup pomocníkem pro vytvoření vstupů do dalších kroků optimalizace dopravní sítě.

## Literatura:

- [1] TÝFA, Lukáš. *Dopravní obsluha území : doktorská disertace*. Praha : ČVUT v Praze Fakulta dopravní, 2006. 113 stran + 22 příloh.
- [2] SUDOP Praha, a. s., Praha: Územně-technické podklady – Koridory VRT v ČR. A – Souhrnná část. Textová část. 1995.

**matice vzdušných vzdáleností \ kvalitativní označení konfigurace terénu**

| uzel | 1     | 2     | 3   | 4   | 5     | 6   | 7     | 8   | 9   | 10  |
|------|-------|-------|-----|-----|-------|-----|-------|-----|-----|-----|
| 1    | --    | 4,2   | 2,8 | 1,3 | 4,8   | 3,5 | 3,0   | 2,8 | 1,2 | 4,0 |
| 2    | 1 269 | --    | 4,0 | 4,1 | 4,9   | 3,5 | 4,0   | 3,0 | 4,1 | 2,5 |
| 3    | 419   | 1 431 | --  | 3,0 | 4,9   | 3,6 | 4,0   | 2,9 | 2,8 | 3,8 |
| 4    | 257   | 1 525 | 396 | --  | 2,0   | 3,3 | 3,5   | 2,7 | 1,3 | 4,2 |
| 5    | 914   | 2 079 | 626 | 707 | --    | 4,8 | 4,8   | 4,5 | 3,8 | 4,8 |
| 6    | 513   | 1 168 | 306 | 626 | 905   | --  | 3,0   | 4,0 | 4,5 | 4,6 |
| 7    | 869   | 1 843 | 473 | 743 | 342   | 675 | --    | 3,8 | 4,3 | 4,0 |
| 8    | 284   | 1 067 | 401 | 491 | 1 008 | 302 | 869   | --  | 2,5 | 3,8 |
| 9    | 504   | 932   | 873 | 743 | 1 418 | 810 | 1 346 | 513 | --  | 3,5 |
| 10   | 531   | 837   | 590 | 747 | 1 215 | 347 | 1 017 | 252 | 563 | --  |

dolní polovina matice - vzdušné vzdálenosti  $a_{ij}$  [km]

horní polovina matice - kvalitativní označení konfigurace terénu  $\delta_{ij}$  [-]

**matice součinitelů konfigurace terénu \ odhadnutých vzdáleností**

| uzel | 1    | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1    | --   | 1 442 | 489   | 279   | 981   | 597   | 1 016 | 331   | 541   | 609   |
| 2    | 1,14 | --    | 1 642 | 1 742 | 2 189 | 1 360 | 2 114 | 1 248 | 1 064 | 975   |
| 3    | 1,17 | 1,15  | --    | 463   | 659   | 356   | 542   | 468   | 1 021 | 681   |
| 4    | 1,09 | 1,14  | 1,17  | --    | 811   | 731   | 865   | 573   | 809   | 849   |
| 5    | 1,07 | 1,05  | 1,05  | 1,15  | --    | 972   | 367   | 1 121 | 1 638 | 1 305 |
| 6    | 1,16 | 1,16  | 1,16  | 1,17  | 1,07  | --    | 790   | 346   | 901   | 382   |
| 7    | 1,17 | 1,15  | 1,15  | 1,16  | 1,07  | 1,17  | --    | 1 004 | 1 519 | 1 167 |
| 8    | 1,17 | 1,17  | 1,17  | 1,17  | 1,11  | 1,15  | 1,16  | --    | 597   | 291   |
| 9    | 1,07 | 1,14  | 1,17  | 1,09  | 1,16  | 1,11  | 1,13  | 1,16  | --    | 655   |
| 10   | 1,15 | 1,16  | 1,16  | 1,14  | 1,07  | 1,10  | 1,15  | 1,16  | 1,16  | --    |

dolní polovina matice - součinitel konfigurace terénu  $s_{ij}$  [-]

horní polovina matice - odhadnutá délka traťových úseků  $a_{ij}$  [km]

$$k_b = 0,17$$

**obr. 2 – Příklad výpočtu délky traťových úseků úplného grafu o deseti uzlech ve dvou maticích**

V Praze, listopad 2006

Lektoroval: Ing. Pavel Loskot  
hlavní geodet ČD