

Tomáš Krčma¹

Použití simulace pro studium spolupůsobení trolejového vedení a vozidlového sběrače

Klíčová slova: *Trolejové vedení, vozidlový sběrač, simulace, počítačové modely, mechanické kmitání*

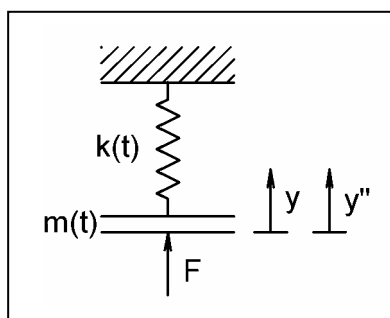
1. Úvod

Kvalita spolupůsobení trolejového vedení a sběrače byla na našich železnicích dlouho opomíjenou záležitostí. Rychlost 120 km/h, kterou dosahovaly vlaky před rekonstrukcemi transevropských koridorů, nevyžadovala hlubší zkoumání mechanických vlastností trolejového vedení ani nekladla zvláštní požadavky na konstrukci sběračů a jejich aerodynamickou kompenzaci. Dnešní běžný provoz rychlostí 160 km/h u obou prvků soustavy trolejové vedení – sběrač odhalil některé nedostatky a dává za určitých podmínek možnost vzniku rezonančních stavů. Je otázkou, nakolik lze chování určitého typu trolejového vedení při použití určitého typu sběrače předvídat. V dnešní době, kdy vysoce výkonné osobní počítače jsou samozřejmostí, je jednou z možností simulace za použití počítačových modelů.

2. Model trolejového vedení

Pokud nemáme k dispozici simulační programy specializované na trolejové vedení (jejich vývoj je velmi drahý a většinou jsou předmětem firemního tajemství), musíme vystačit s obecným simulačním programem, schopným řešit diferenciální rovnice. V tomto případě je nutno zvolit nejprve fyzikální model, na jeho základě sestavit soustavu diferenciálních rovnic, a tu již řešit na počítači.

Každé trolejové vedení, ať už prosté nebo řetězovkové, představuje jistou nezanedbatelnou hmotu. Dále, působíme-li na trolejový drát silou směrem vzhůru, z podílu velikosti síly a jí způsobeného zdvihu můžeme zjistit tuhost trolejového vedení, resp. jeho pružnost. Jednoduchý fyzikální model trolejového vedení tedy bude vypadat následovně:



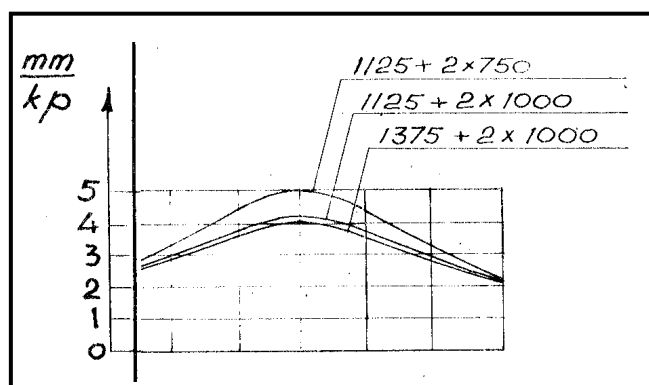
$k(t)$	tuhost trolejového vedení
$m(t)$	hmotnost úseku trolejového vedení, který kmitá spolu se sběračem
F	okamžitá velikost přítláčné síly
y	svislá souřadnice kontaktního bodu

Odpovídající diferenciální rovnice má tvar:

$$m(t)\ddot{y} = F - k(t)y \quad (1)$$

¹ Ing. Tomáš Krčma, nar. 1982, absolvoval Univerzitu Pardubice, Dopravní fakultu Jana Pernera, Katedru elektrotechniky, elektroniky a zabezpečovací techniky v roce 2006, pracovník Elektrizace železnic Praha, a. s., Útvaru realizace staveb

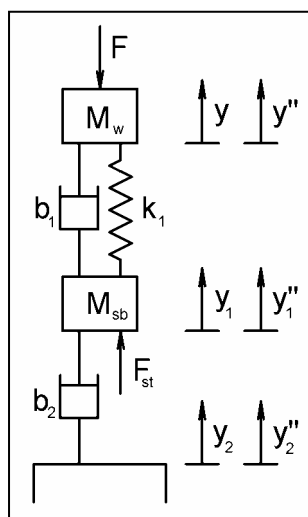
Jak plyne z měření, hmota trolejového vedení, která kmitá společně s ližinami sběrače, a především pružnost vedení není konstantní. Pružnost bývá v blízkosti stožáru nejmenší, uprostřed rozpětí naopak největší, při pohybu sběrače se tedy jedná o závislost okamžité hodnoty pružnosti trolejového vedení na dráze. Vzhledem k řešení diferenciálních rovnic, které se provádí většinou v časové oblasti, je vhodné provést převod jednoduchým vzorcem $t=l/v$ (l je stožárové rozpětí, v je rychlost jízdy). Jak na obrázku, tak v rovnicích jsou použity již časové závislosti. Naměřený průběh pružnosti pro vedení použité při simulaci je uveden na následujícím obrázku [1].



Typický průběh pružnosti vedení

3. Model sběrače

Sběrač sestává z pákového mechanismu, který přenáší konstantní sílu zdvihacího vzduchového válce na smykadlo. Pákový mechanismus opět představuje určitou hmotu, stejně jako smykadlo. Na smykadle jsou přes tzv. sekundární odpružení připevněny ližiny (něm. *Schleifstücke*). Fyzikální model sběrače, zohledňující i sekundární odpružení, poprvé použil ve svých teoretických pracích Morris [5]; kinematické schéma je následující:



- M_{sb} redukováná hmotnost mechanismu sběrače
- M_w neodpružená hmotnost smykadla (hmotnost ližin)
- y svislá souřadnice kontaktního bodu
- y_1 svislá souřadnice horního kloubu ramen sběrače
- $y_2(t)$ svislá souřadnice střechy vozidla, závislá např. na nerovnostech trati
- F okamžitá přítlačná síla
- F_{st} síla vyvozená vzduchovým válcem
- k_1 tuhost pružin sekundárního odpružení
- b_1 tlumení sekundárního odpružení
- b_2 tlumení zdvihacího mechanismu sběrače

Odpovídající diferenciální rovnice:

$$M_{sb} \ddot{y}_1 = F_{st} + k_1(y - y_1) + b_1(\dot{y} - \dot{y}_1) + b_2(\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1) \quad (2)$$

$$M_w \ddot{y} = -F + k_1(y_1 - y) + b_1(\dot{y}_1 - \dot{y}) \quad (3)$$

Rovnice (1), (2) a (3) jsou simultánní (soudobé). Za předpokladu, že nedochází k odskokům, je lze použít jako matematický popis spolupůsobení sběrače s trolejovým vedením. Řešení této soustavy rovnic – tedy provedení simulace – je možné jakýmkoliv postupy, vzhledem k obecným závislostem $m(t)$ a $k(t)$ jsou však vhodná řešení numerická. Program *Simulink*, dodávaný firmou *Mathworks*, umožňuje řešení soustav rovnic pomocí výpočtových schémat s integračními, derivačními, sčítacími a násobícími bloky; jedná se tedy o obdobu postupu u analogových počítačů. Schéma řešení soustavy rovnic (1), (2) a (3) je bez bližšího popisu uvedeno v *Příloze 3*. Je však třeba zdůraznit, že bloky subsystémů „Prubeh tuhosti vedení“ a „Prubeh hmotnosti vedení“ představují další výpočtová schémata, generující požadované závislosti.

4. Simulace

Cílem simulací je především nalezení rezonančních rychlostí, tj. rychlostí, při nichž pro daný typ trolejového vedení a sběrače nabývá amplituda průběhu F a y lokálního maxima. Další oblastí je studium vlivu změn vstupních parametrů na průběh výstupních veličin. Dobrý model tak umožní předvídat úspěšnost konstrukčních změn trolejového vedení, aniž by bylo hned počátku nutné realizovat nákladné zkušební úseky.

Vstupními parametry simulace jsou jednak fyzikální parametry trolejového vedení a sběrače ($m(t)$, $k(t)$, l , k_l , b_l , b_2 , M_w , M_{sb} , F_{st}), jednak jízdní rychlost ($m(t)$, $k(t)$, kde $t=l/v$). Výstupními údaji jsou:

- **okamžitá hodnota polohy kontaktního bodu y ,**
- **okamžitá hodnota velikosti přitlačné síly F .** Požadavky na průběh přitlačné síly uvádí norma EN 50 367. Jsou vyjádřeny parametry F_M (střední hodnota přitlačné síly), σ (směrodatná odchylka přitlačné síly), F_{min} (statistické minimum přitlačné síly) a F_{max} (statistické maximum přitlačné síly).

Prezentaci výsledků získaných jak simulací, tak měřeními lze provádět následujícími způsoby:

- **V závislosti na čase.** Tento způsob je přirozený jak pro simulační software, tak pro osciloskopy. Výhodou je jeho jednoduchost, dobře se uplatní i při zkoumání za proměnné rychlosti.
- **V závislosti na ujeté dráze.** Tento způsob, vzniklý přepočtením času na dráhu vzorcem $s=v \cdot t$, používá např. měřicí vůz TÚČD. Výhodou je názornost, neboť vodorovnou osu x si lze představit jako trať zmenšenou v určitém měřítku. Dále lze snadno vyznačit polohy stožárů, což je pro analýzu průběhu kmitů velmi důležitá informace. V praxi tento způsob umožňuje snadné nalezení nevyhovujících míst vedení dle kilometráže trati. Průběhy v závislosti na ujeté dráze byly použity pro simulace za konstantní rychlosti.
- **V závislosti na rychlosti.** Vznikne výpočtem statistických charakteristik (střední hodnoty, směrodatné odchylky) z časových průběhů naměřených nebo simulovaných při různých rychlostech a jejich vynesení do grafu. Způsob má velký význam při vyhodnocování rezonančních rychlostí především pomocí simulace, neboť provádění měřicích jízd při jemném rychlostním kroku by bylo nerealizovatelné z časových i finančních důvodů.

Odhlédneme-li nyní od toho, že při sestavování modelu jsme se mohli dopustit chyb, je každý model oproti skutečnosti zjednodušen. Omezená množina vstupů modelu a jeho zjednodušená struktura nemůže v žádném případě postihnout všechny vlivy působící na

reálný systém. Jde tedy o to zjistit, zda chyba výsledku vyplývající z odlišného chování modelu oproti reálnému systému nebude nepřijatelně velká.

4.1. Verifikace modelu

Proces tohoto ověření se nazývá verifikace. V případě trolejového vedení je postup následující: změří se fyzikální parametry již existujícího vedení a sběrače a jednak se provede měřicí jízda, jednak se získané fyzikální parametry použijí jako vstupní údaje příslušného modelu. Výsledky jak měřicí jízdy, tak simulace by se měly shodovat. Pokud se neshodují, je model málo odpovídající a je třeba hledat jiný, výstižnější, který však nemusí být nutně složitější. Je třeba zdůraznit, že verifikaci modelu je třeba provádět pro různé rychlosti a nejlépe i různá trolejová vedení (např. s jiným průběhem pružnosti).

Vzhledem k tomu, že TÚČD provádí svým měřicím vozem běžná měření pouze pro dvě rychlosti (40 km/h a rychlost traťová), nelze jeho záznamy pro verifikaci použít. Byly proto zvoleny výsledky podrobných měření italských drah, prováděných na konci 60. let s různými variantami vedení a s jemným rychlostním krokem [1]. Tento postup je zcela oprávněný, přihlédneme-li k tomu, že dotčené varianty italských vedení se v hlavních parametrech příliš neliší od sestavy „J“, používané v dnešní době na ČD, jak je patrné z následující tabulky. U sestavy „J“ jsou údaje uvedeny pro typické rozpětí 63 m.

železniční síť	ČD, sestava „J“		FS 200 km/h, 3 kV, 1966		
	bez přídav. lana	s přídav. lanem	var. č. 1	var. č. 2	var. č. 3
parametr (popis, jednotka)					
l (stožárové rozpětí, m)	63	63	50	50	50
x_{pl} (délka příd. lana, m)	-	6	-	-	-
$e_{stř}$ (střední pružnost, mm/N)	0,38	0,41	0,36	0,32	0,31
U (nerovnoměrnost pružnosti, %)	39	20	39	31	30
F_{td} (tah v trolejovém drátě, kN)	15	15	2×7,5	2×10	2×10
S_{td} (průřez trolejového drátu, mm ²)	150 Cu	150 Cu	2×100 Cu	2×100 Cu	2×100 Cu
F_{nl} (tah v nosném laně, kN)	15	15	11,25	11,25	13,75
S_{nl} (průřez nosného lana, mm ²)	120 Cu	120 Cu	120 Cu	120 Cu	120 Cu

Další překážkou použití českých měření pro verifikaci modelu jsou neznámé hodnoty fyzikálních parametrů u nás používaných sběračů. Naproti tomu italské dráhy při svých výzkumech provedly podrobná měření běžných sběračů, včetně závislosti aerodynamické přítlačné síly na rychlosti jízdy. Údaje jsou opět uvedeny v [1] a bylo je tedy možné zapracovat do modelu. Verifikaci za použití parametrů italských vedení a sběračů shrnuje následující tabulka.

parametr	rezonanční rychlost (km/h)			amplituda kmitů kontaktního bodu (cm)		
	FS var. č. 1	FS var. č. 2	FS var. č. 3	FS var. č. 1	FS var. č. 2	FS var. č. 3
měření	158	164	172	11	8,5	8,5
simulace	164	173	176	18	13	12,5
rozdíl	3,8%	5,5%	2,3%	64%	53%	47%

Z tabulky je patrné, že u hodnoty rezonanční rychlosti se liší výsledky simulace od naměřených údajů nejvýše o 5,5 procenta. U velikosti amplitudy kmitů vychází u simulace

hodnoty přibližně o polovinu větší než hodnoty naměřené. Tento rozpor je patrně způsoben použitým modelem trolejového vedení, který postrádá tlumení.

Řetězovkové trolejové vedení představuje složitý, špatně identifikovatelný systém. Uvedené odchylky výsledků simulace od výsledků měření lze pro první přiblížení, kterým je aplikace tohoto jednoduchého modelu, považovat za úspěch a je možno prohlásit, že za podmínky přesných a úplných vstupních parametrů jej lze použít pro další práci. Všechny následující výsledky také platnost modelu jen potvrzují.

4.2. Simulace jízdy konstantní rychlosti

Vlastní simulace byly prováděny opět na základě údajů uvedených v [1], vzhledem k výše uvedeným důvodům. Výsledky jsou uvedeny v *Příloze 1* pro polohu kontaktního bodu a v *Příloze 2* pro velikost přítláčné síly. Z grafů vyplývají některé skutečnosti, týkající se chování trolejového vedení v závislosti na poměru okamžité rychlosti k rychlosti rezonanční. Nejvýznamnější jevy jsou popsány níže.

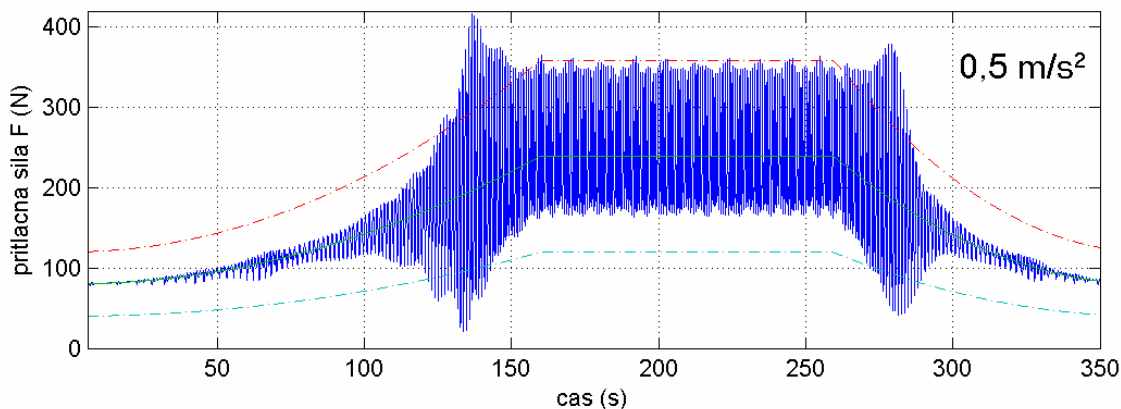
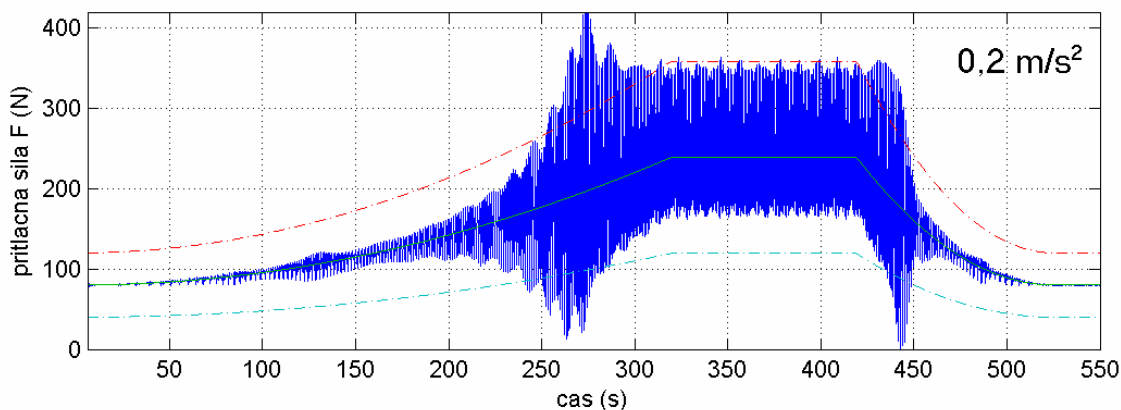
- V oblasti nízkých rychlostí (20 a 40 km/h) sleduje výška kontaktního bodu statickou průhybovou křivku trolejového drátu danou průběhem pružnosti trolejového vedení. Přítláčná síla je téměř konstantní.
- Při rychlosti kolem 60 km/h se poprvé začínají projevovat vlastní kmity vedení, které nejvíce vyniknou při 80 a 90 km/h, tedy při zhruba poloviční rychlosti než je rychlost rezonanční. Během průjezdu stožárového rozpětí sběračem tak trolejové vedení vykoná 2 periody kmitů, což je patrné zvláště na grafu přítláčné síly pro 80 km/h. Sběrač vybuze svým svislým pohybem vzhůru (po minutí závěsu, viz graf pro 20 km/h) jen první periodu, druhá má amplitudu nižší. Je totiž omezena jak vlastním tlumením soustavy trolejové vedení – sběrač, tak opětovným pohybem smykadla směrem dolů před místem závěsu. Vše je dobře patrné na grafech polohy kontaktního bodu. Celkově jsou hodnoty směrodatných odchylek hluboko pod povolenými hodnotami.
- Při rychlostech 100 a 120 km/h, u nichž kmitočet buzení není násobkem rezonančního kmitočtu soustavy, je chod sběrače klidný. Hodnota amplitudy polohy kontaktního bodu nepřesahuje 2,5 cm a kmitů přítláčné síly 25 N.
- Dalším zvyšováním rychlosti jízdy roste amplituda kmitů obou veličin, až při cca 175 km/h dosahuje maxima. Z grafu lze odečíst, že při rezonanční rychlosti dosahuje zdvih trolejového drátu v místě závěsu hodnoty cca 13 cm. Po překročení rezonanční rychlosti amplitudy opět klesají. Ačkoliv při těchto rychlostech již značně roste průměrná přítláčná síla daného sběrače (reprezentovaná v grafu vodorovnou čarou, 180 N při 180 km/h, více než 240 N při 230 km/h), maxima přítláčné síly i při tomto růstu většinou nepřesahují hranici 300 N.
- Důležitým jevem, patrným i z výsledků simulace, jsou fázové posuvy průběhů při zvyšování rychlosti. Při nízkých rychlostech dosahuje jak zdvih trolejového drátu, tak přítláčná síla svého maxima uprostřed rozpětí tak, jak by odpovídalo statické průhybové křivce (viz graf pro rychlost 120 km/h). S postupným přibližováním rezonanční rychlosti se maxima posouvají do místa závěsu a průběh přítláčné síly dostává pilovitý tvar (velmi patrné pro rychlosti 170 a 190 km/h).

Oproti záznamům z měřicího vozu grafy vykazují jednu na první pohled patrnou odchylku – pro vyšší rychlosti postrádají typické nepravidelnosti ve formě velmi rychlých kmitů. Přibližně to odpovídá stavu, kdy pro filtraci výsledků byla použita dolní propust o nižším kmitočtu, než je 20 Hz předepsaných v normě EN 50 317.

Jedním z důvodů je to, že průběh pružnosti trolejového vedení pro model byl analyticky aproximován funkcí, která jednak zcela neodpovídá skutečnému průběhu, jednak nezohledňuje jemné změny pružnosti způsobené polohou věšáků. Dalším důvodem jsou odchylky v geometrické poloze kolejnicových pásů a z nich plynoucí svislé i vodorovné pohyby skříně, které se projevují na záznamech z měřicích vozů, v modelu však nebyly v plné míře zahrnuty.

4.3. Simulace jízdy proměnnou rychlostí

Struktura vytvořeného počítačového modelu umožňuje bez větších potíží simulovat jízdu jak konstantní, tak proměnnou rychlostí. Lze tak studovat rozjezd a brždění vlaku především s ohledem na dobu nevyhovující spolupráce sběrače s trolejovým vedením při překonávání rezonanční rychlosti. První obrázek uvádí příklad simulace rozjezdu se zrychlením $0,2 \text{ m/s}^2$ do rychlosti 220 km/h . Je z něj patrné, jak s rostoucí rychlostí roste u přítláčné síly jednak její střední hodnota (zvyšování aerodynamické přítláčné síly), jednak její rozkmit. Maxima rozkmitu je dosaženo při rychlosti cca 170 km/h a dále již následuje zklidnění chodu po dosažení plné rychlosti. Doba nevyhovující spolupráce, určená rozkmitem mimo oblast vyznačenou přerušovanými čarami, trvá přibližně 60 sekund. Pokud by se podařilo zvýšit akceleraci vlaku na $0,5 \text{ m/s}^2$, doba nevyhovující spolupráce by se zkrátila na 30 sekund, jak plyne z druhého obrázku.



Simulace jízdy proměnnou rychlostí

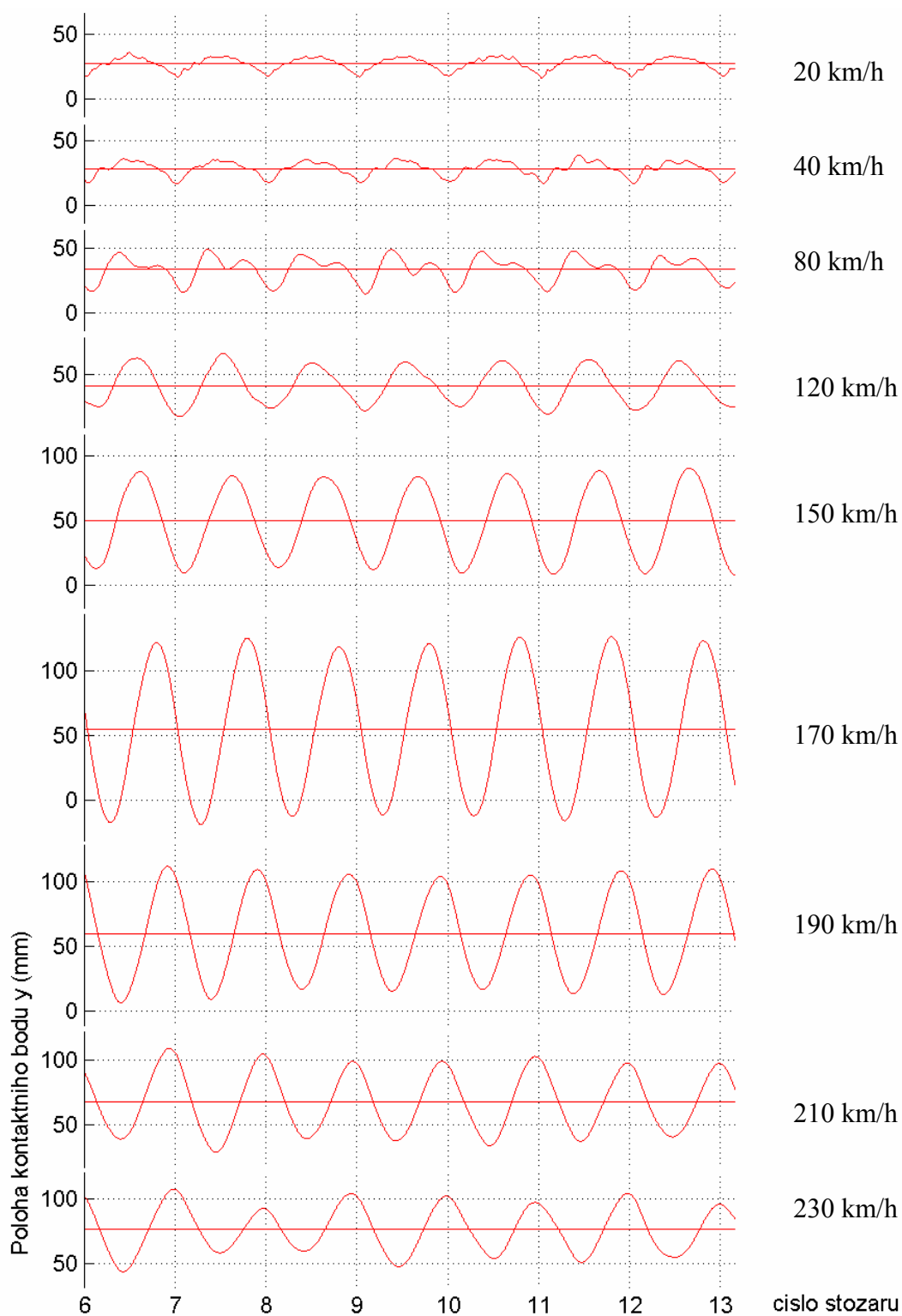
5. Závěr

Počítačové simulace nabývají v poslední době zcela zásadního významu. Norma EN 50 367 simulace v mnoha případech doporučuje a dokonce i uvádí jako metodu rovnocennou měření. Dále byla vydána norma EN 50 318 *Ověřování simulace dynamické interakce mezi pantografovým sběračem a nadzemním trolejovým vedením*, která uvádí základní požadavky na modely a přesnost simulace. Dosažené výsledky prezentované v tomto příspěvku ukazují na použitelnost zvoleného řešení. Další práce by měly být zaměřeny na zdokonalení modelu doplněním některých vstupních parametrů požadovaných normou, které dosud nebyly v modelu trolejového vedení zohledněny. Úpravy by měly vést ke zvýšení přesnosti na požadovaných 20 procent. Nutnou podmínkou úspěšného používání simulací spolupráce trolejového vedení s vozidlovým sběračem v našich podmínkách je však realizace měření fyzikálních parametrů k_l , b_l , b_2 , M_w , M_{sb} u běžně používaných sběračů. Nebude tak již nutné používat údaje německé, italské a francouzské.

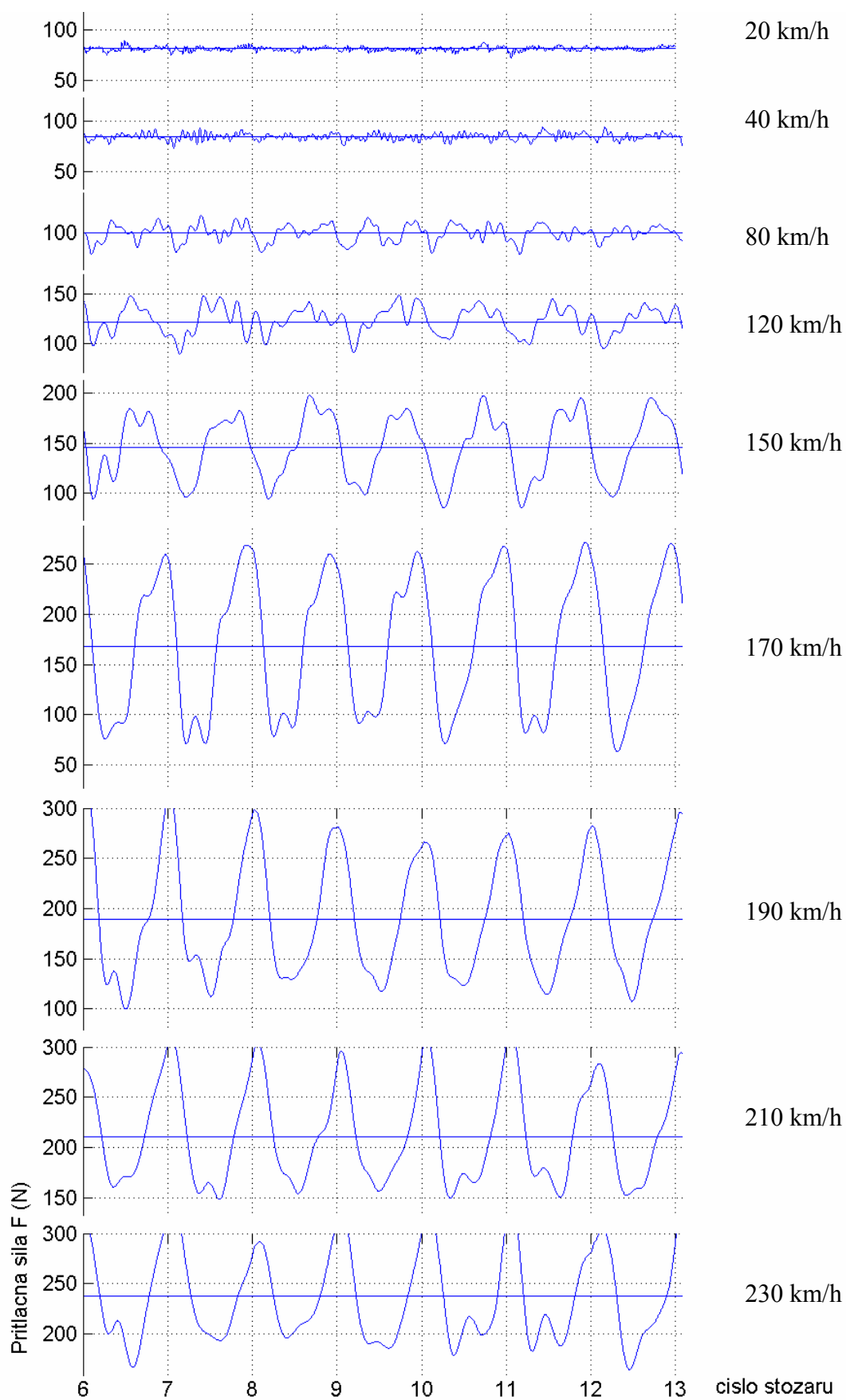
6. Literatura

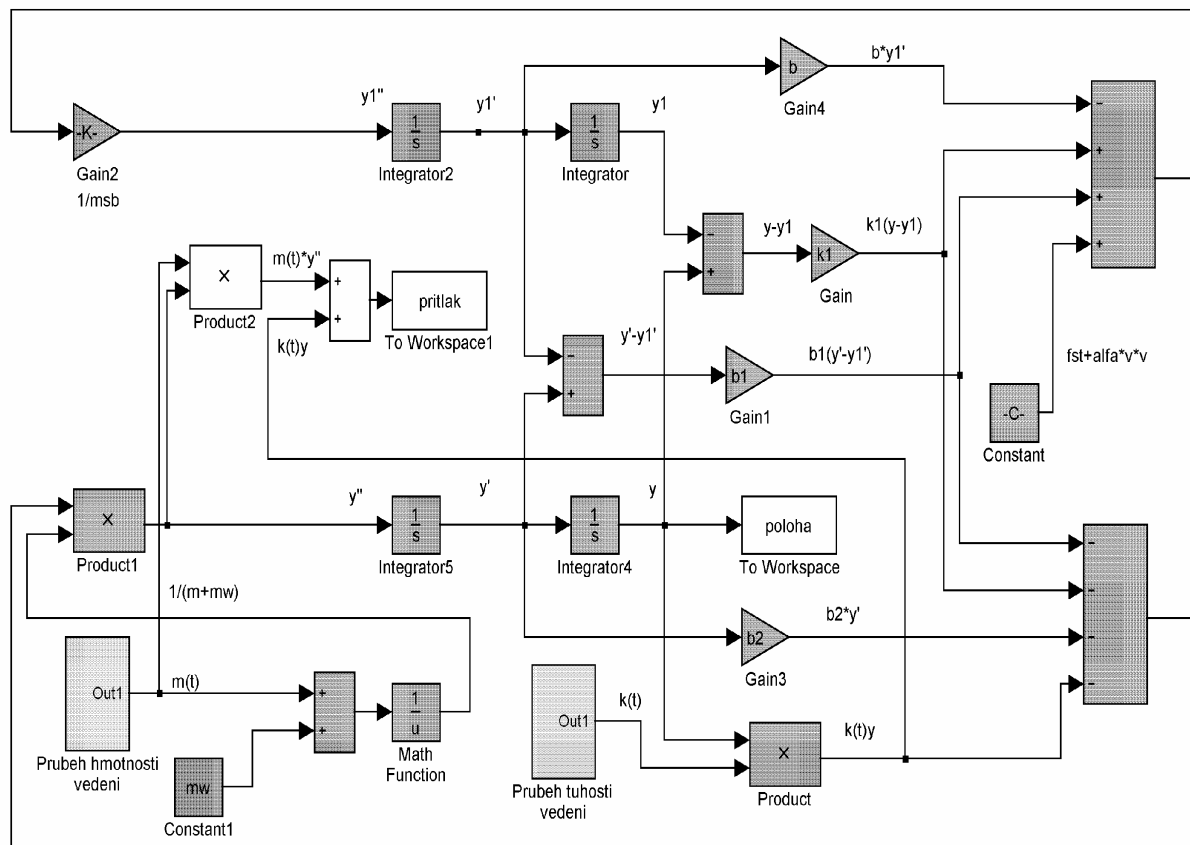
- [1] *Frage A 84. Verhalten der Stromabnehmer und Fahrleitungen bei Geschwindigkeiten über 160 km/h (Nr. 1-11)*: ORE, Utrecht 1966 – 1970
- [2] *Norma ČSN EN 50 318*: CENELEC, Brusel 2000
- [3] *Norma prEN 50 367*: CENELEC, Brusel 2004
- [4] Náprstek, J. *Mechanické spolupůsobení troleje a sběrače při vysokých rychlostech (průběžná etapová zpráva)*: Ústav teoretické a aplikované mechaniky Československé akademie věd, Praha 1992
- [5] Ebeling, H. *Stromabnahme bei hohen Geschwindigkeiten – Probleme der Fahrleitungen und Stromabnehmer (v Elektrische Bahnen č. 2 a 3)*: EB, Berlin 1969.

Příloha 1 – Časové průběhy polohy kontaktního bodu



Příloha 2 – Časové průběhy velikosti přítláčné síly



Příloha 3 – Počítačový model spolupráce sběrače s trolejovým vedením


V Praze, listopad 2006

 Lektoroval: Doc. Ing. Karel Hlava, CSc.
 Univerzita Pardubice

