

Karel Hlava

Analýza napět'ových harmonických v trakčním vedení železnic ČD

Klíčová slova: *jednofázová trakce ČD, napět'ové harmonické, trakční vedení, deformace napětí v trakčním vedení, rekuperace, elektroměry*

Úvod

Tato studie má přispět k objasnění vzniku a hodnot napět'ových harmonických na napájeném úseku TV při provozu hnacích vozidel s diodovým trakčním měničem. Taková analýza tvoří příspěvek ke dvěma otázkám, vzniklým v poslední době, a to:

- A) k definování podmínek, za kterých budou provozovány elektroměry na hnacích vozidlech jednofázové soustavy, pokud se týká deformace časového průběhu sinusovky napětí TV,
- B) k upozornění případného provozovatele elektrických hnacích vozidel jednofázové soustavy, která by byla vybavena zařízením pro rekuperační brzdění, na stupeň zkreslení časového průběhu sinusovky napětí na trolejovém vedení.

K otázce A):

A.1) V květnu 2004 vydal CENELEC návrh evropské normy prEN 50XXX „Aplikace v železniční dopravě. Měření energie na palubě vlaku“ s tím, že členské země mají k tomuto návrhu zaslat připomínky.

A.2) V úvodu se s ohledem na harmonické konstatuje: *„Pokud jde o vliv harmonických složek, musí být použity speciální zkušební postupy. Tyto zkoušky ověří funkčnost měřiče, jestliže na měřič působí velké zkreslení v proudovém obvodu a přesnost měřiče s 5. harmonickou složkou v proudovém a napět'ovém obvodu. Při zkouškách funkčnosti je nutno specifikovat tři praktické podmínky:*

- *jednocestné usměrnění (stejnoseměrný proud a sudé harmonické),*
- *fázová regulace (liché harmonické),*
- *rychlá regulace (sub-harmonické).*

Ke kontrole, zda měřič přesně měří celkovou energii v přítomnosti harmonických, je určena zkouška s 5. harmonickou jak v proudovém, tak i napět'ovém obvodu. Předpokládá se, že správné měření 5. harmonické energie znamená, že měření ostatních harmonických bude dobré.“

A.3) V článku 6.6.2.1 „Zkoušky přesnosti v přítomnosti harmonických (pouze u st. přívodů)“ jsou mezi jiným uvedeny následující zkušební podmínky:

- obsah 5. harmonické napětí: 10 % napětí jmenovitého,
- obsah 5. harmonické proudu: 40 % základního proudu.

Doc., Ing. Karel Hlava, CSc., nar. 1930, ČVUT Praha specializace elektrická trakce, vědecký pracovník, býv. ved. odd. EMC TÚDC, nyní SŽE Hradec Králové, docent katedry elektrotechniky DFJP Univerzity Pardubice

K otázce B):

- B.1)** Některé typy hnacích vozidel zahraničních provozovatelů mohou využívat při rekuperačním brzdění jako výchozí bod regulace vstupního statického trakčního měniče okamžik průsečíku křivky trakčního napětí s nulou.
- B.2)** V takovém případě je nebezpečí tak zvaného „průžehu“ invertoru, který v jistém okamžiku přejde z rekuperačního chodu do chodu trakčního, což vyvolá podstatnou poruchu silnoproudého charakteru, protože do tohoto obvodu pak pracuje výkon rekuperujících trakčních motorů i výkon dodávaný z TNS. Na nebezpečí ovlivnění okamžiku průchodu časového průběhu trolejového napětí nulou harmonickými upozorňuje i návrh novelizace EN 50163:2003 z října 2003 v informativním dodatku C, ve druhém odstavci článku C.5.
- B.3)** Tato situace skutečně nastala svého času (počátkem sedmdesátých let) na SŽD při provozu zahraničních lokomotiv, protože časový průběh jejich napětí trakčního vedení byl při přepnutí na rekuperaci deformován provozem jiných lokomotiv napájených z těžce TNS.
- B.4)** Návrh EN 50388:2004 z ledna 2004 v článku 12 odstavce 12.1.2 požaduje umožnění rekuperace na soustavě AC na vysokorychlostních tratích, zatím co na klasických tratích rekuperaci pouze doporučuje.
- B.5)** Návrh novelizace EN 50163:2003 z října 2003 v normativním dodatku A uvádí v tabulce A.1 - Přepětí omezení hodnoty přepětí na $U_{\max,3} \leq 38750 \text{ V}$. V informativním dodatku C je citován bod C.6.4 Zkreslení napětí, jeho znění doposud však není vypracováno.
- B.6)** Je reálné nebezpečí, že hnací vozidla cizího (zahraničního) provozovatele mohou být v režimu rekuperace citlivá ve výše uvedeném smyslu na časový průběh napětí v trakčním vedení a jeho deformace pak může způsobit těmto vozidlům potíže.

Zpracovatel proto pokládá za vhodné předem analyzovat hodnoty jednotlivých spektrálních složek a činitel celkového zkreslení napětí THD v trakčním vedení ČD v podmínkách provozu hnacích vozidel s diodovým trakčním měničem.

Stejně důležité jsou poznatky týkající se deformace časového průběhu napětí na TV pro definici podmínek, ve kterých budou provozovány elektroměry umístěné na hnacích vozidlech.

Předpoklady a etapy analýzy

Analýza vychází z těchto *výchozích předpokladů*:

- a)** Hnací vozidla působí v trakčním obvodu jako generátory proudových harmonických, které trakčnímu obvodu vnucují jednotlivé harmonické složky proudu s největší procentní hodnotou danou „amplitudovým zákonem“ ($I_n = 100 / n$). Tímto předpokladem budeme vyšetřovat vždy nejhorší možný případ.
- b)** Na vstupní impedanci napájecí soustavy pak uvedené proudové složky vytvoří na TV napěťové harmonické, které jsou superponovány na základní složku 50 Hz. Z uvedeného vyplývá, že takto vyšetřené složky napěťových harmonických budou z hlediska jejich generátoru (hnacího vozidla) opět největší možné.

- c) Vstupní impedance napájecí soustavy pro jednotlivé frekvenční složky spektra proudu hnacího vozidla je z pohledu tohoto hnacího vozidla složena v podmínkách ČD z následujících komponentů:
- z impedance úseku TV ležícího mezi hnacím vozidlem a TNS,
 - ze vstupní impedance úseku TV ležícího mezi hnacím vozidlem a koncem TV,
 - ze vstupní impedance FKZ (pokud je připojeno),
 - z náhradní reaktance trakčního transformátoru,
 - případně i z náhradní reaktance přívodního vedení 110 kV (doporučuji zanedbat a nahradit pro sledované frekvenční složky zkratem vzhledem k velkému zkratovému výkonu v připojovacím bodě TNS k síti 110 kV).
- d) Pro názornost analýzy přijmeme, že LC větve dvouvětvového FKZ jsou laděny „ostře“. Dále přijmeme, že dekompenzační větev FKZ je v podstatě odpojena (fázový regulátor dekompenzační větve Kompakt je uzavřen), protože předpokládáme trakční odběr takové velikosti, že jeho jalový výkon je roven kompenzačnímu výkonu FKZ. Činné odpory obou LC větví FKZ rovněž zanedbáme.

Použitím uvedených předpokladů se hledaná *analýza rozpadá na tři dílčí etapy*, které se navzájem liší sledovanou frekvencí a z toho plynoucí odpovídající konfigurací vstupní impedance napájecí soustavy jako celku. Jedná se o tyto konfigurace:

I. Pro frekvence 3. harmonické (150 Hz) a 5. harmonické (250 Hz) lze náhradní reaktanci trakčního transformátoru zanedbat, protože obě LC větve FKZ vytvářejí v TNS pro jejich proudové složky zkrat. Jinak řečeno, TV pracuje na straně TNS pro obě tyto složky nakrátko.

II. Pro frekvence počínaje 7. harmonickou (350 Hz) až do oblasti pod první vlastní rezonanční frekvencí napájecí soustavy jako celku je k oběma LC větvím FKZ paralelně připojena reaktance trakčního transformátoru. TNS jako celek tedy působí jako indukčnost složená ze tří paralelních indukčností:

⇒ náhradní indukčnosti trakčního transformátoru,

⇒ náhradní indukčnosti LC větve 3. harmonické (frekvence 250 Hz a další jsou pro tuto LC větev nadrezonančními frekvencemi),

⇒ náhradní indukčnosti LC větve 5. harmonické (frekvence 350 Hz a další jsou pro tuto LC větev nadrezonančními frekvencemi).

Pro tuto oblast frekvencí můžeme v prvním přiblížení zanedbat i rezonanční zvýšení deformace napětí TV, které se může vyskytnout mezi hnacím vozidlem a otevřeným koncem TV. S ohledem na to můžeme předpokládat, že deformace napětí TV zjištěná na sběrači hnacího vozidla bude platit i na zbývající délce TV směrem k jeho otevřenému konci.

III . Pro frekvence ležící poblíž první vlastní rezonanční frekvence napájecí soustavy jako celku je nutné pokládat napájecí soustavu za kombinaci těchto prvků:

⇒ TV jako elektricky dlouhé homogenní vedení s rozprostřenými elektrickými parametry, vykazující konstantní měrné hodnoty indukčnosti a kapacity,

⇒ TNS složenou z obou LC větví a náhradní indukčnosti trakčního transformátoru,

⇒ hnací vozidlo mající charakter proudového generátoru rezonanční frekvence.

Výše popsaná konfigurace trakční napájecí soustavy vykazuje neomezený počet vlastních rezonančních frekvencí, z nichž budeme analyzovat pouze první z nich. Díky budícímu účinku hnacího vozidla dojde v napájecí soustavě k tomuto stavu:

- ⇒ v napájecí soustavě vznikne stojatá vlna rezonanční frekvence,
- ⇒ kmitná stojatá vlny napětí bude ležet na otevřeném konci TV, kde tedy nalezneme největší deformaci napětí TV,
- ⇒ tato deformace bude tím větší, čím blíže bude ležet hnací vozidlo k TNS,
- ⇒ míra této deformace bude záviset na činném odběru hnacího vozidla, protože činný odběr způsobí útlum této stojaté vlny,
- ⇒ v místě TNS vznikne kmitná proudů a současně uzel napětí rezonující složky, z hlediska časového průběhu napětí na TV tedy nejmenší hodnota deformace.

I. etapa analýzy

Z výše uvedeného rozboru platného pro etapu I. analýzy platí, že deformace napětí TV bude dána:

- elektrickými parametry TV, které i zde budeme z počátku předpokládat jako vedení elektricky dlouhé,
- vzdáleností hnacího vozidla od TNS,
- obsahem 3. a 5. harmonické v proudu dodávaném hnacím vozidlem.

Pro elektrické parametry TV přijmeme následující měrné hodnoty:

⇒ měrná indukčnost $L \cong 1 \text{ mH} / \text{km}$,

⇒ měrná kapacita $C \cong 15 \text{ nF} / \text{km}$.

Z těchto hodnot vyplývají základní konstanty elektricky homogenního vedení:

$$\Rightarrow \text{vlnový odpor (nezávislý na délce TV)} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 258,1989 \, \Omega, \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{činitel šíření základní harmonické} \quad \alpha_1 = 2 \cdot 50 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = 1,21673 \cdot 10^{-3} \text{ rad} / \text{km} \quad (2)$$

Pro absolutní hodnotu vstupní impedance dané délky l_{TV} jednokolejného TV platí při frekvenci vyjádřené jejím řádem n tento výraz:

$$|Z_{TV}| = Z_0 \cdot \text{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) \quad (3)$$

Argument $(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})$ má například pro zvolenou délku TV $l_{TV} \approx 25 \text{ km}$ na obou sledovaných frekvencích tyto hodnoty:

⇒ pro frekvenci 3. harmonické ($n = 3$) $(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) \cong 0,091255 \text{ rad}$,

⇒ pro frekvenci 5. harmonické ($n = 5$) $(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) \cong 0,15209 \text{ rad}$.

Dosažením do rovnice (3) dostaneme:

⇒ pro frekvenci 3. harmonické ($n = 3$) $|Z_{TV}| = 258,1989 \cdot 0,091509 = 23,62758 \, \Omega$,

$$\Rightarrow \text{pro frekvenci } 5. \text{ harmonické } (n = 5)$$

$$|Z_{TV}| = 258,1989 \cdot 0,15328 = 39,57555 \Omega$$

Uvedené hodnoty obou argumentů $(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})$ jsou matematicky vzato „malé“ a proto můžeme funkci tg nahradit přibližnými výrazy

$$\text{tg } \zeta \cong \zeta \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \zeta^2\right) \quad (4)$$

$$\text{tg } \zeta \cong \zeta \quad (5)$$

Aproximace podle výrazu (4), způsobující pro argument funkce tg od - 0,5 do + 0,5 chybu maximálně 1 % , dává pro absolutní hodnotu vstupní impedance TV:

$$\Rightarrow \text{pro 3. harmonickou } |Z_{TV,PRIBL1}| \cong 258,2 \cdot 0,0915 = 23,63 \Omega ,$$

$$\Rightarrow \text{pro 5. harmonickou } |Z_{TV,PRIBL1}| \cong 258,2 \cdot 0,1533 = 39,57 \Omega ,$$

což jsou za daných předpokladů hodnoty totožné s hodnotami přesnými..

Druhá jednodušší aproximace podle výrazu (5), způsobující pro argument funkce tg v tomtéž intervalu chybu maximálně 10 % , dává pro absolutní hodnotu vstupní impedance TV:

$$\Rightarrow \text{pro 3. harmonickou } |Z_{TV,PRIBL2}| \cong 258,2 \cdot 0,091255 = 23,56 \Omega ,$$

$$\Rightarrow \text{pro 5. harmonickou } |Z_{TV,PRIBL2}| \cong 258,2 \cdot 0,15328 = 39,58 \Omega .$$

Tyto hodnoty se od přesných i od přibližných získaných přesnější aproximací liší vzhledem k přesnosti výše uvedených výchozích předpokladů pouze nepodstatně a proto lze i jednodušší aproximaci dále pro analogické parametry obvodu využívat.

Na základě uvedených předpokladů a použitých aproximací lze odvodit obecně platný výraz pro absolutní hodnotu vstupní impedance napájecí soustavy obsahující FKZ s LC větvemi pro 3. a 5. harmonickou ve tvarech:

$$\Rightarrow \text{pro 3. harmonickou } |Z_{TV,PRIBL}| \cong Z_0 \cdot \alpha_1 \cdot 3 \cdot l_{TV} = 0,9425 \cdot l_{TV} \quad [\Omega, \text{ km}] \quad (6)$$

$$\Rightarrow \text{pro 5. harmonickou } |Z_{TV,PRIBL}| \cong Z_0 \cdot \alpha_1 \cdot 5 \cdot l_{TV} = 1,5708 \cdot l_{TV} \quad [\Omega, \text{ km}] \quad (7)$$

Použití těchto výrazů ilustrujeme na číselném příkladu:

\Rightarrow hnací vozidlo je ve vzdálenosti $l_{TV} = 25 \text{ km}$ od TNS,

\Rightarrow hnací vozidlo odebírá z TV trakční proud se základní harmonickou $I_{LOK} = 200 \text{ A}$,

\Rightarrow spektrální složení odebíraného proudu předpokládáme dané amplitudovým zákonem, poskytujícím největší možné hodnoty poměrného obsahu harmonických.

Pak dostaneme pro 3. a 5. harmonickou podle Ohmova zákona tyto výsledky:

◇ napěťová složka **3. harmonické** na sběrači hnacího vozidla bude **1572 V, což činí 5,7 % jmenovitého napětí TV,**

◇ napěťová složka **5. harmonické** na sběrači hnacího vozidla bude též **1572 V, což činí opět 5,7 % jmenovitého napětí TV.**

Důvodem pro tuto shodu je skutečnost, že použitím amplitudového zákona se při dosazování příslušné proudové složky 3. či 5. harmonické řádové číslo n krátí.

Doposud jsme předpokládali, že napájený úsek je jednokolejný. Platnost odvozených výrazů i pro dvoukolejný úsek vyplývá ze skutečnosti, že obě LC větve FKZ se předpokládají jako laděné „ostře“ a představují proto pro tyto frekvenční složky zkrat. Připojení TV druhé koleje či dalších napájených úseků se v takovém případě nemůže na vstupní impedanci napájecí soustavy z pohledu hnacího vozidla projevit.

Dále je podstatné, že zjištěné složky 3. a 5. napěťové harmonické se projeví ve stejné hodnotě i na úseku TV ležícím od hnacího vozidla směrem k otevřenému konci TV.

Na výstupu TNS jsou obě spektrální složky z výše uvedeného důvodu nulové. V bodech TV ležících mezi hnacím vozidlem a TNS tedy budou napěťové složky 3. a 5. harmonické lineárně klesat od hodnoty $1572 \text{ V} \approx 5,7\%$ k hodnotě nulové.

Zde je nutno s ohledem na **otázku A)** upozornit na platnost zákona superpozice 3. a 5. harmonické při současném provozu více hnacích vozidel s diodovými trakčními měniči. Zpracovatel se zde opírá o obsáhlé studie [1], [2] a [3] provedené v roce 1977 na ETH Zürich v rámci výboru ORE A 122, kterého se zpracovatel aktivně účastnil. Tyto studie byly založeny na analýze jak teoretické, tak i s použitím tehdy analogového elektrického modelu sítě s tím, že jejich závěry byly potvrzeny měřením v síti SBB.

Tyto studie např. prokázaly, že pro 3., 5 a částečně i pro 7. harmonickou platí zákon aritmetického sčítání těchto harmonických složek produkovaných jednotlivými hnacími vozidly téhož charakteru. Důvodem je, že fáze těchto složek jsou do jisté míry nezávislé na trakčním režimu těchto vozidel. K tomu nutno poznamenat, že pro složky vyšších řádů se výsledný efekt blíží vektorovému součtu těchto složek, kde při stejném režimu by platil spíše zákon odmocniny z počtu hnacích vozidel v napájeném úseku.

II. etapa analýzy

Tato etapa analýzy vstupní impedance napájecí soustavy se týká frekvencí počínaje 7. harmonickou (350 Hz) až do oblasti pod první vlastní rezonanční frekvenci napájecí soustavy jako celku.

K výše uvedeným vstupním parametrům v této etapě musíme používat nově:

- náhradní indukčnost trakčního transformátoru $L_{TT} = 23 \text{ mH}$,
- průměrnou kapacitu kondenzátorové skupiny LC větve 3. harmonické $C_3 = 6 \mu\text{F}$,
- z toho plynoucí průměrnou indukčnost tlumivky LC větve 3. harmonické $L_3 = 188 \text{ mH}$
- průměrnou kapacitu kondenzátorové skupiny LC větve 5. harmonické $C_5 = 2 \mu\text{F}$,
- z toho plynoucí průměrnou indukčnost tlumivky LC větve 5. harmonické $L_5 = 203 \text{ mH}$.

Prvním krokem v této etapě analýzy je určení náhradní impedance TNS jako celku, složené z paralelně zapojených prvků:

⇒ náhradní indukčnosti trakčního transformátoru,

⇒ náhradní indukčnosti LC větve pro 3. harmonickou (7. harmonická je pro tuto větev nadrezonanční frekvenci),

⇒ náhradní indukčnosti LC větve pro 5. harmonickou (7. harmonická je i pro tuto větev nadrezonanční frekvenci),

Obecně platí pro náhradní indukčnost \bar{L} větve LC s tlumivkou s indukčností L pro frekvence n ležící nad vlastní rezonanční frekvencí této větve n_R , tedy pro frekvence $n > n_R$, výraz

$$\bar{L}(n) = L \cdot \left[1 - \left(\frac{n_R}{n} \right)^2 \right] \quad (8)$$

Protože předpokládáme „ostré“ ladění obou LC větví, dostaneme s použitím výrazu (8) následující hodnoty náhradních indukčností obou LC větví platné *pro 7. harmonickou*:

$$\Rightarrow \text{pro LC větev 3. harmonické} \quad \bar{L}_{3,7} = 188 \cdot 0,816 = 153 \text{ mH},$$

$$\Rightarrow \text{pro LC větev 5. harmonické} \quad \bar{L}_{5,7} = 203 \cdot 0,490 = 99,4 \text{ mH}.$$

Tyto náhradní indukčnosti zapojíme paralelně s náhradní indukčností trakčního transformátoru a dostaneme celkovou náhradní indukčnost TNS *pro 7. harmonickou*

$$\bar{L}_{TNS,7} = 16,65 \text{ mH}$$

Napájecí soustava obsahující pouze jednu stopu TV se *pro 7. harmonickou* z pohledu hnacího vozidla jeví složená z těchto prvků:

\Rightarrow TV jedné stopy ležící mezi hnacím vozidlem a TNS, považované za vedení elektricky dlouhé s parametry uvedenými v etapě I.,

\Rightarrow TNS představované svojí náhradní indukčností $\bar{L}_{TNS,7}$, která tvoří zakončovací impedanci TV jako dlouhého vedení.

Z teorie dlouhého vedení je známý obecný výraz pro jeho vstupní impedanci Z_1 , pokud je zakončeno libovolnou impedancí Z_2

$$Z_1(n) = Z_0 \cdot \frac{Z_2(n) + j Z_0 \cdot \text{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l)}{Z_0 + j Z_2(n) \cdot \text{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l)} \quad (9)$$

V našem případě je dlouhé vedení zakončeno náhradní indukčností TNS $Z_2(n) = j 100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS}$, takže výraz (9) dostane tvar platný pro libovolné $7 \leq n \ll n_{REZ}$

$$Z_1(n) = j Z_0 \cdot \frac{100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS} + Z_0 \cdot \text{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})}{Z_0 - 100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS} \cdot \text{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})} \quad (10)$$

S ohledem na výše uvedenou možnost aproximace funkce tg výrazem (5) je možno zjednodušit obecně platný výraz (10) a konkretizovat jej *pro 7. harmonickou* na tvar

$$Z_{1,PRIBL}(7) \cong j Z_0 \cdot \frac{100 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \bar{L}_{TNS,7} + Z_0 \cdot (\alpha_1 \cdot 7 \cdot l_{TV})}{Z_0 - 100 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \bar{L}_{TNS,7} \cdot (\alpha_1 \cdot 7 \cdot l_{TV})} \quad (11)$$

Po vyčíslení výrazu (11) *pro 7. harmonickou* dostaneme pro případ napájení jedné stopy TV

$$Z_{1,PRIBL}(7) \cong j 94,45 \Omega$$

použijeme-li přesný výraz (10), dostaneme hodnotu

$$Z_1(7) = j 95,37 \Omega.$$

Z porovnání těchto hodnot je patrná oprávněnost využití výrazů pro vstupní impedanci napájecí soustavy aproximovaných podle výrazu (5).

TNS obvykle napájí dvě stopy TV. Odvodíme výrazy platící *pro 7. harmonickou* a budeme předpokládat, že:

- ⇒ délky obou stop TV jsou stejné,
- ⇒ hnací vozidlo je umístěno na konci jedné ze stop TV,
- ⇒ na druhé stopě není trakční odběr.

V tomto případě je nutno k náhradní indukčnosti TNS a trakčně zatížené stopy TV označené \bar{L}_{TNS} připojit paralelně vstupní impedanci $Z_{TV,2}$ otevřeného trakčně nezatíženého dlouhého vedení, pro kterou platí obecný výraz

$$Z_{TV,2}(n) = -j Z_0 \cdot \cot g(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) \quad (12)$$

Zakončovací impedance TNS včetně trakčně nezatíženého TV je dána výrazem vyjadřujícím paralelní řazení vstupní indukčnosti samotné TNS (trakční transformátor včetně náhradních indukčností obou LC větví) značené \bar{L}_{TNS} a vstupní impedance trakčně nezatíženého TV $Z_{TV,2}(n)$ podle (12) ve tvaru

$$Z_{TNS,2} = j Z_0 \cdot \frac{100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS} \cot g(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})}{Z_0 \cdot \cot g(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) - 100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS}} \quad (13)$$

Po úpravách dostaneme obecný výraz pro vstupní impedanci celé napájecí soustavy z pohledu hnacího vozidla ve tvaru

$$Z_2(n) = Z_0 \cdot \frac{Z_{TNS,2}(n) + j Z_0 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})}{Z_0 + j Z_{TNS,2}(n) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})} \quad (14)$$

Dalšími úpravami a dosazením z (13) dostaneme konkrétní výraz

$$Z_2(n) = j Z_0 \cdot \frac{100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS} \cdot [\cot g(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) - \operatorname{tg}(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})] + Z_0}{Z_0 \cdot \cot g(\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV}) - 2 \cdot 100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS}} \quad (15)$$

Pro vyčíslování opět můžeme použít aproximaci podle (5) dostaneme po úpravě výraz

$$Z_{2,PRIBL}(n) \cong j Z_0 \cdot \frac{100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS} \cdot [1 - (\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})^2] + Z_0 \cdot (\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})}{Z_0 - 2 \cdot 100 \cdot \pi \cdot n \cdot \bar{L}_{TNS} \cdot (\alpha_1 \cdot n \cdot l_{TV})} \quad (16)$$

Pro 7. harmonickou dostaneme po vyčíslení hodnotu:

⇒ vstupní impedance TNS jako celku včetně připojeného úseku TV bez trakčního odběru určené výrazem (13)

$$Z_{TNS,2} = 37,78 \Omega,$$

⇒ vstupní impedance celé napájecí soustavy z pohledu hnacího vozidla podle (15)

$$Z_2(7) = j 96,66 \Omega$$

Pozoruhodný je malý rozdíl mezi vstupními impedancemi napájecí soustavy pro 7. harmonickou z pohledu hnacího vozidla, kdy:

⇒ pro jednu stopu TV vychází $Z_1(7) = j 95,37 \Omega,$

⇒ pro připojení obou stop TV vychází $Z_2(7) = j 96,66 \Omega.$

Vysvětlení podává porovnání::

⇒ vstupní impedance samotné TNS (trakční transformátor včetně náhradních indukčností obou LC větví), která činí

$$Z_{TNS}(7) = 100 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \bar{L}_{TNS} = 36,62 \Omega$$

⇒ a vstupní impedance druhé stopy otevřeného TV, která činí

$$Z_{TV,2}(7) = -j \cdot Z_0 \cdot \cot g(\alpha_1 \cdot 7 \cdot l_{TV}) = 1194,2 \Omega$$

Z tohoto srovnání vyplývá, že současné napájení též druhé stopy TV, která není trakčně zatížena, nemá při 7. harmonické podstatný vliv na vstupní impedanci napájecí soustavy jako celku.

V napětí TV se při provozu hnacího vozidla objeví na jeho sběrači 7. harmonická napětí. Použijeme opět předpokládanou hodnotu 1. harmonické proudu hnacího vozidla $I_{LOK,1} = 200 \text{ A}$, což zavádí do napájecí soustavy 7. harmonickou proud $I_{LOK,7} = \frac{200}{7} = 28,57 \text{ A}.$

Pro zjednodušení odhadneme impedanci napájecí soustavy *pro 7. harmonickou* v obou konfiguracích hodnotou $Z_1(7) \cong Z_2(7) \cong 96 \Omega$, způsobí uvedený trakční odběr na sběrači hnacího vozidla 7. harmonickou napětí **2743 V, což činí cca 10 % jmenovitého napětí TV.**

Popsaným způsobem můžeme analyzovat napěťové harmonické na sběrači hnacího vozidla i pro další frekvenční složky až do blízkosti vlastní rezonanční frekvence napájecí soustavy jako celku, jejímž odvození se věnujeme v následující etapě analýzy III.

III. etapa analýzy

Vlastní rezonanční frekvence napájecí soustavy jako celku, to jest TNS se dvěma LC větvemi, trakčním transformátorem a jedním či dvěma stejně dlouhými napájenými úseky TV.

Vstupní impedance takto konfigurované napájecí soustavy je obecně dána již odvozenými dvěma výrazy, a to:

⇒ pro jeden napájený úsek TV výrazem (10),

⇒ pro dva stejně dlouhé napájené úseky TV výrazem (15).

Pro výpočet vlastní rezonanční frekvence postačí vyhledat takové řádové číslo n_{REZ} , pro které hodnota vstupní impedance napájecí soustavy jako celku dosáhne největší (teoreticky nekonečné) hodnoty.

Uvedeným postupem lze nalézt pro dané výchozí parametry tři základní hodnoty rezonančních frekvencí, a to:

⇒ *první* frekvenci s řádovým číslem $n_{\text{REZ},1} = 2,82$, což představuje $f_{\text{REZ},1} = 141,0 \text{ Hz}$, přičemž tato rezonanční frekvence není závislá na délce napájeného úseku TV,

⇒ *druhou* frekvenci s řádovým číslem $n_{\text{REZ},2} = 4,77$, což představuje $f_{\text{REZ},2} = 238,5 \text{ Hz}$, přičemž ani tato rezonanční frekvence není závislá na délce napájeného úseku TV,

⇒ *třetí* rezonanční frekvenci, jejíž řádové číslo je již závislé na počtu napájených úseků TV a na jejich délce, jak ukazuje následující tabulka:

Počet kolejí	dvoukolejka		jednokolejka	
Délka TV [km]	$n_{\text{REZ},3}$	$f_{\text{REZ},3} [\text{Hz}]$	$n_{\text{REZ},3}$	$f_{\text{REZ},3} [\text{Hz}]$
25	24,3	1215	31,3	1565
30	21,7	1085	27,7	1385
35	19,8	990	24,8	1240
40	18,2	910	22,6	1130
45	16,8	840	20,7	1035
50	15,7	785	19,1	955

Poznámky k uvedeným rezonančním frekvencím:

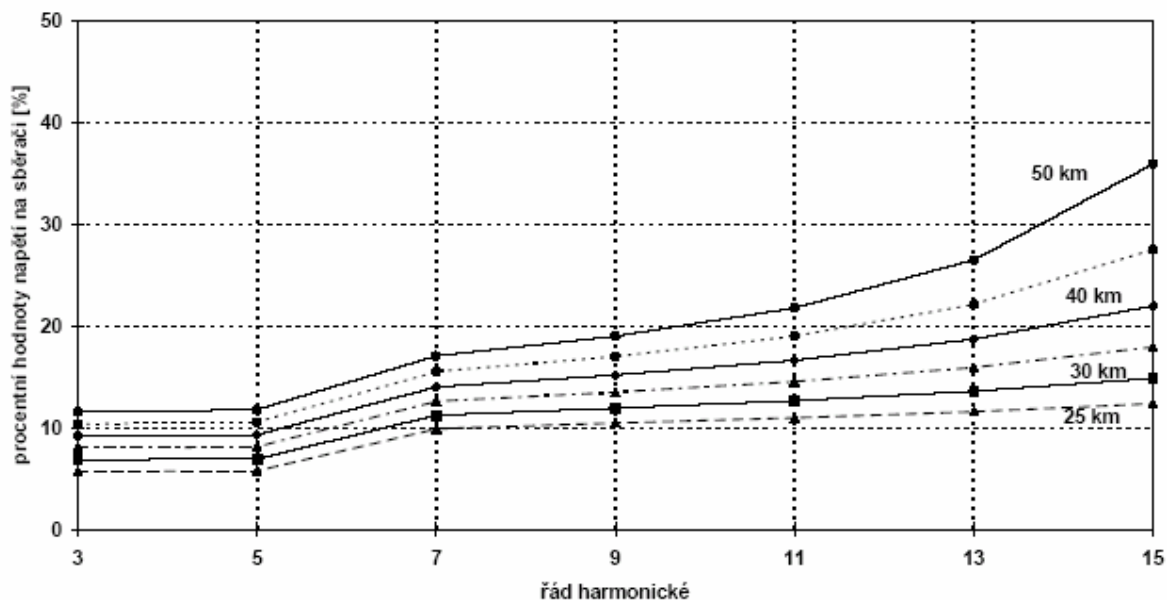
⇒ *První dvě rezonanční frekvence* jsou dány především parametry obou LC větví FKZ a proto nejsou závislé na délce napájeného úseku TV. Obě hodnoty však leží dosti daleko od lichých násobků základní frekvence 50 Hz, tedy od frekvence 3. či 5. harmonické, takže se nijak ve zkreslení napětí TV neprojeví.

⇒ *Nad hodnotami třetí rezonanční frekvence* uvedené v tabulce leží pochopitelně další frekvence, protože funkce kotangens je periodická. Číselné hodnoty však leží bezpečně mimo sledované frekvenční pásmo. Například pro délku dvojkolejně napájeného úseku TV **25 km** vychází čtvrtá rezonanční frekvence až s řádovým číslem $n_{\text{REZ},4} = 51,6$, což představuje frekvenci $f_{\text{REZ},4} = 2580 \text{ Hz}$.

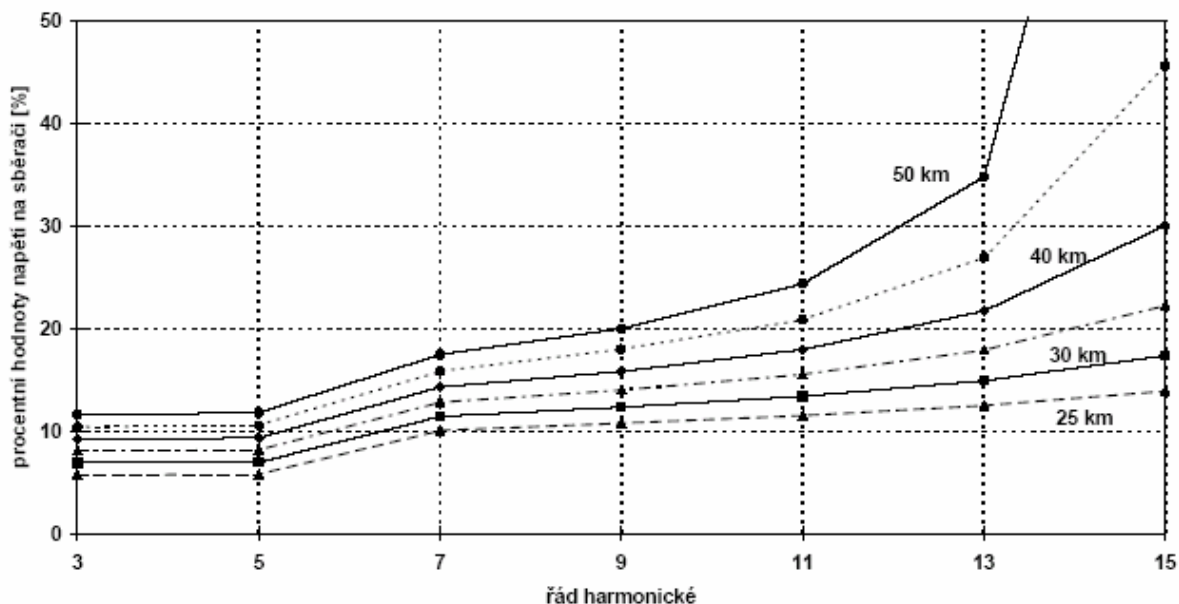
Závěrečné poznatky platící pro všechny tři etapy analýzy a pro obě položené otázky

- a) Míra deformace napětí na TV v blízkosti hnacího vozidla jedoucího na konci napájeného úseku TV je při použití předpokládané běžné konfigurace dvouvětvového FKZ rozličná pro jednotlivé sledované frekvenční složky. Pro vyšetření největších možných hodnot této deformace byl v úvodu analýz použit předpoklad platnosti tzv. „amplitudového zákona“, udávajícího mezní hodnoty ustáleného obsahu proudových harmonických ve spektru hnacího vozidla. **Podobně byla v úvodu analýz přijata hodnota první harmonické proudu hnacího vozidla 200 A.**
- b) Výpočty provedené v rámci I. etapy analýzy ukazují, že procentní hodnoty deformace napětí TV na sběrači hnacího vozidla jedoucího v blízkosti konce napájeného úseku a způsobené 3. a 5. harmonickou proudu hnacího vozidla jsou menší než deformace napětí TV způsobené ve smyslu II. etapy analýzy frekvenčními složkami proudu hnacího vozidla s řády 7., 9. atd.
- c) Tyto deformace napětí TV v blízkosti hnacího vozidla jedoucího na konci napájeného úseku, odvozené podle výsledků I. a II. etapy analýzy pro frekvence od 3. do 15. harmonické, popisuje v závislosti na délce TV v rozmezí od 25 km do 50 km:
- ⇒ pro napájení TV jedné koleje **obrázek č. 1**,
 - ⇒ pro napájení TV obou kolejí **obrázek č. 2**.

Obrázek č. 1 Procentní hodnoty harmonických napětí na sběrači hnacího vozidla jedoucího na konci napájeného úseku pro zvolené délky jednokolejného TV



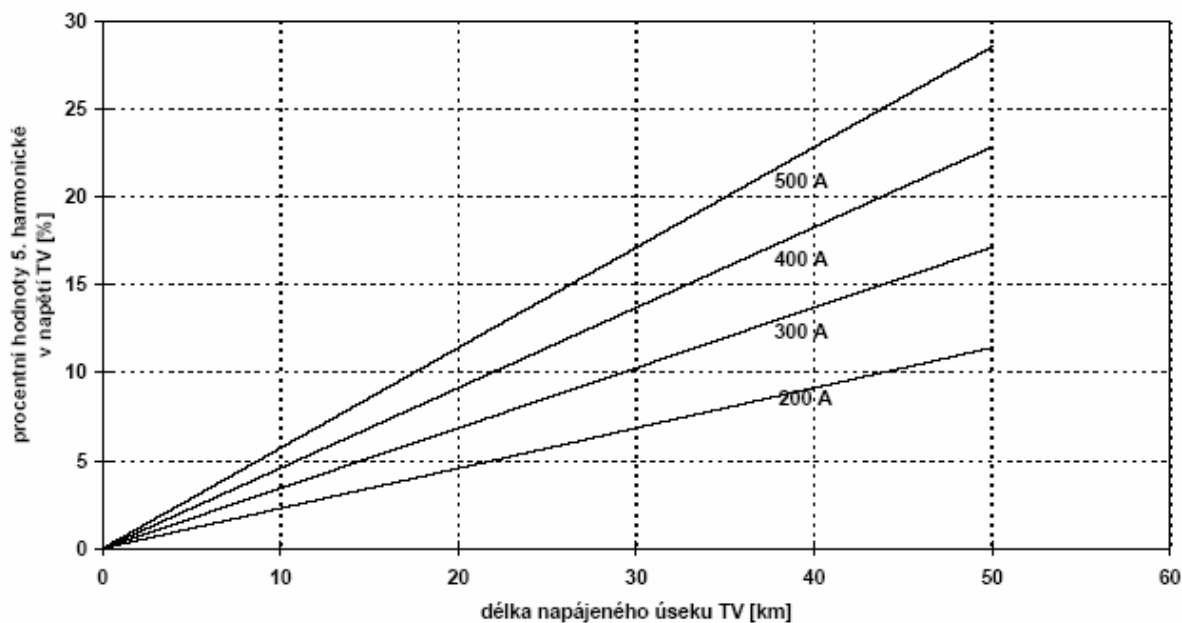
Obrázek č. 2 Procentní hodnoty harmonických napětí na sběrači hnacího vozidla jedoucího na konci napájeného úseku pro zvolené délky dvoukolejného TV



K těmto obrázkům nutno poznamenat, že spojnice vypočtených bodů jsou určeny pouze pro orientaci o průběhu hledané závislosti a nelze je použít např. pro interpolaci

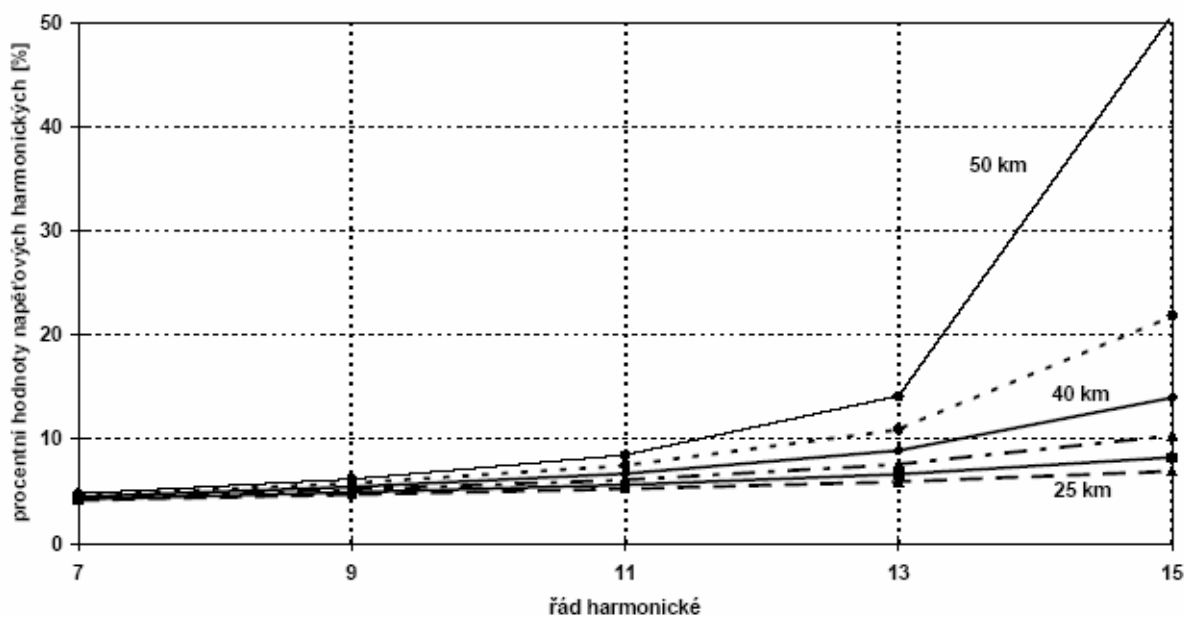
- a) Vzhledem k zodpovězení **otázky A)**, týkající se deformace napětí v TV složkou 5. harmonické, byl sestrojen **obrázek č. 3**. Tento obrázek vyjadřuje závislost procentních hodnot 5. harmonické v napětí TV i pro další hodnoty proudu několika hnacích vozidel až do celkové hodnoty 500 A.

Obrázek č. 3 Procentní hodnoty 5. harmonické v napětí na sběrači hnacího vozidla jedoucího na konci napájeného úseku TV



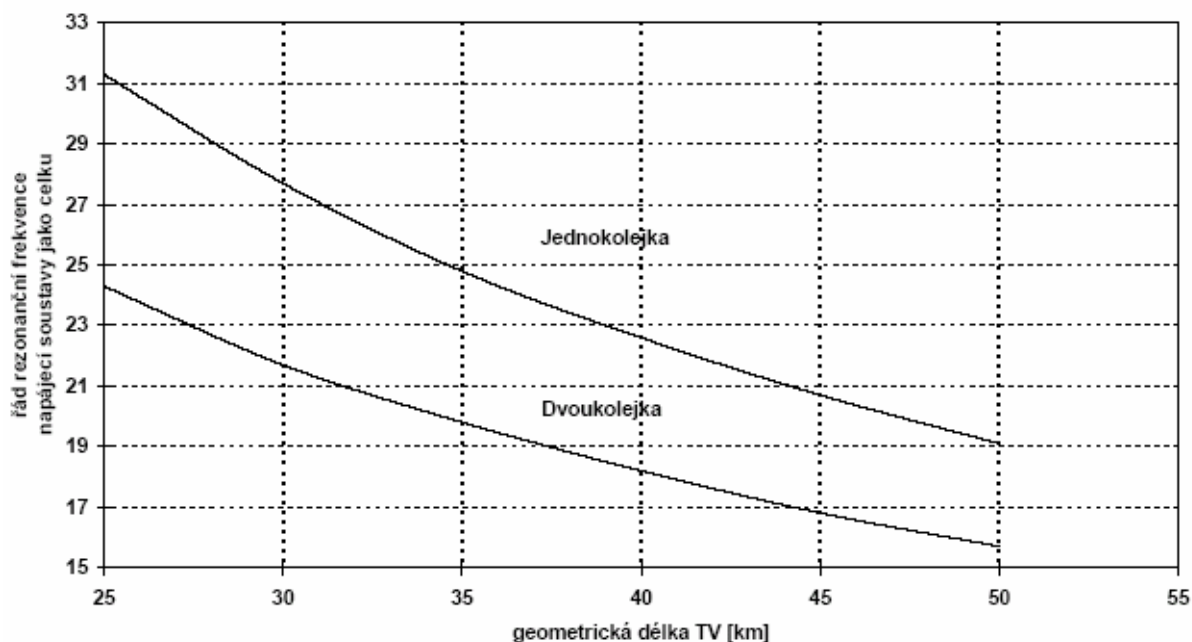
- b) Samostatný rozbor pro zodpovězení **otázky B)** si vyžádala analýza deformace napětí na výstupu TNS pro frekvence sledované v I. a II. etapě této studie. V prvním přiblížení lze aplikovat Ohmův zákon, kdy hledané hodnoty deformace napětí na TV by byly dány jak vstupní impedancí TNS jako celku (tedy s oběma LC větvemi, trakčním transformátorem, případně i s TV druhé trakčně nezatížené koleje), tak i příslušnou frekvenční složkou proudu dodávané hnacím vozidlem.
- c) Přesnější rozbor s použitím simulačního programu SPice však ukázal, že pro sledované délky napájených úseků (25 až 50 km) je již nutno respektovat jisté malé rezonanční zvýšení proudových složek procházejících vývodem z TNS, jehož hodnota se zvětšuje s rostoucí frekvencí sledované spektrální složky, zvláště pak blíží-li se řád sledované harmonické hodnotě vlastní rezonanční frekvenci napájecí soustavy jako celku. Pro dvoukolejný úsek TV jsou procentní frekvenční složky výstupního napětí TNS uvedeny na **obrázku č. 4**. K tomuto obrázku nutno poznamenat, že postrádá hodnoty platící pro 3. a 5. harmonickou, protože na tyto frekvence jsou podle předpokladu „ostře“ naladěny obě LC větve FKZ, které tedy obě složky v proudu zkratují.

Obrázek č. 4 Napěťové harmonické na výstupu TNS pro dvoukolejný úsek a pro hnací vozidlo jedoucí na jeho konci



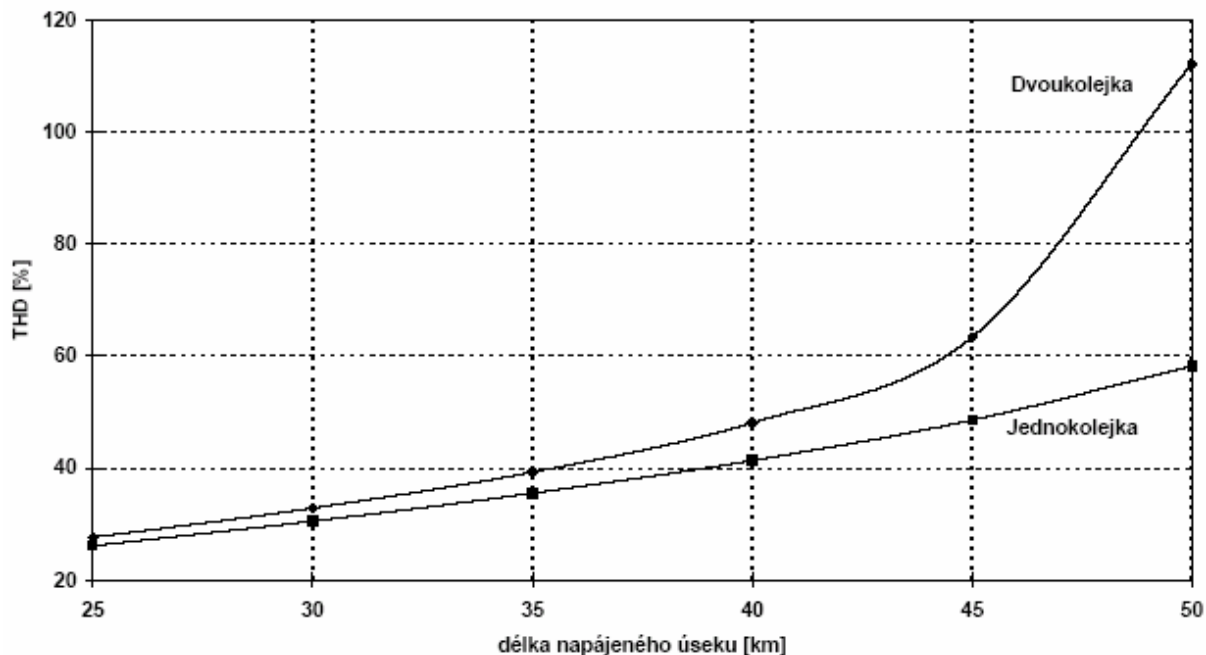
- d) III. etapa analýzy se týká poměrů platících pro frekvenční složky blížící se frekvenci vlastní rezonance napájecí soustavy jako celku. Pro předpokládaný rozsah délek napájeného úseku TV jednokolejná a dvoukolejná trati od 25 km do 50 km jsou řády n_{REZ} vlastní rezonanční frekvence napájecí soustavy uvedeny na **obrázku č. 5**.

Obrázek č. 5 Závislost rezonanční frekvence napájecí soustavy jako celku na geometrické délce TV



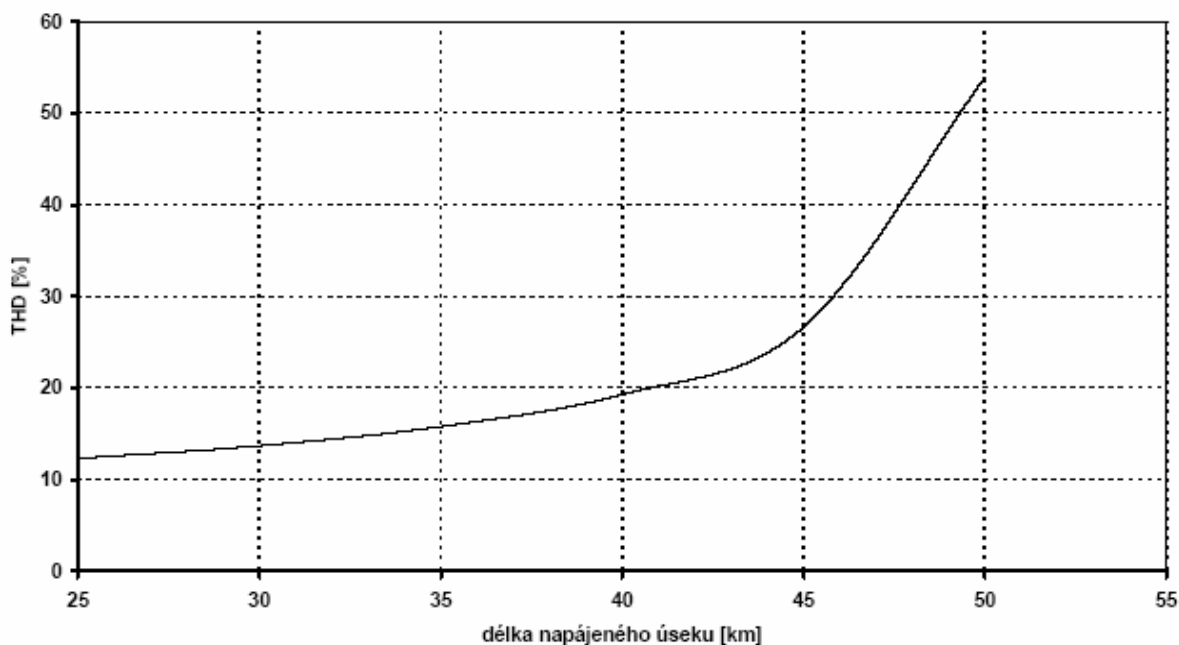
- e) V předchozích pracích zpracovatel odvodil, že tzv. rezonanční zvýšení napěťové harmonické s frekvencí blízkou vlastní frekvenci soustavy, vznikající na konci napájeného úseku, v převážné míře závisí na útlumu činným odběrem hnacího vozidla budícího svou jistou harmonickou proudů vznik stojaté vlny napětí s kmitnou na konci vedení. Podle zahraničních pramenů se např. před lety experimentálně zjistilo. (ORE A 122), že největší deformaci napětí na otevřeném konci TV způsoboval statický měnič pomocných pohonů elektrické lokomotivy, která nebyla trakčně zatížena a tedy vlastní kmity napájecí soustavy svým činným odběrem netlumila..
- f) Z uvedeného důvodu se zpracovatel poměrům frekvenčních složek blízkých vlastní rezonanční frekvenci napájecí soustavy jako celku v této studii podrobněji nevěnoval. Dalším důvodem pak je zjištění, že i za přítomnosti dvouvětrového FKZ leží hodnoty vlastní rezonanční frekvence napájecí soustavy spolehlivě nad 15. harmonickou, kde by již neměly ovlivnit časový průběh napětí na TV takovou měrou, která by mohla ohrozit funkci trakčního měniče rekuperujícího hnacího vozidla.
- g) Závěrem je připojen **obrázek č. 6** podávající závislost souhrnného činitele THD v napětí TV i vozidlového sběrače poblíž konce napájeného úseku, vzatého pro složky od 3. do 15. harmonické, na délce napájeného úseku TV jednokolejné i dvoukolejné trati, opět v rozsahu od 25 km do 50 km.

Obrázek č. 6 THD napětí na sběrači hnacího vozidla jedoucího na konci napájeného úseku TV



h) Podobně pro činitel THD ve výstupním napětí TNS při napájení dvoukolejné trati platí **obrázek č. 7**.

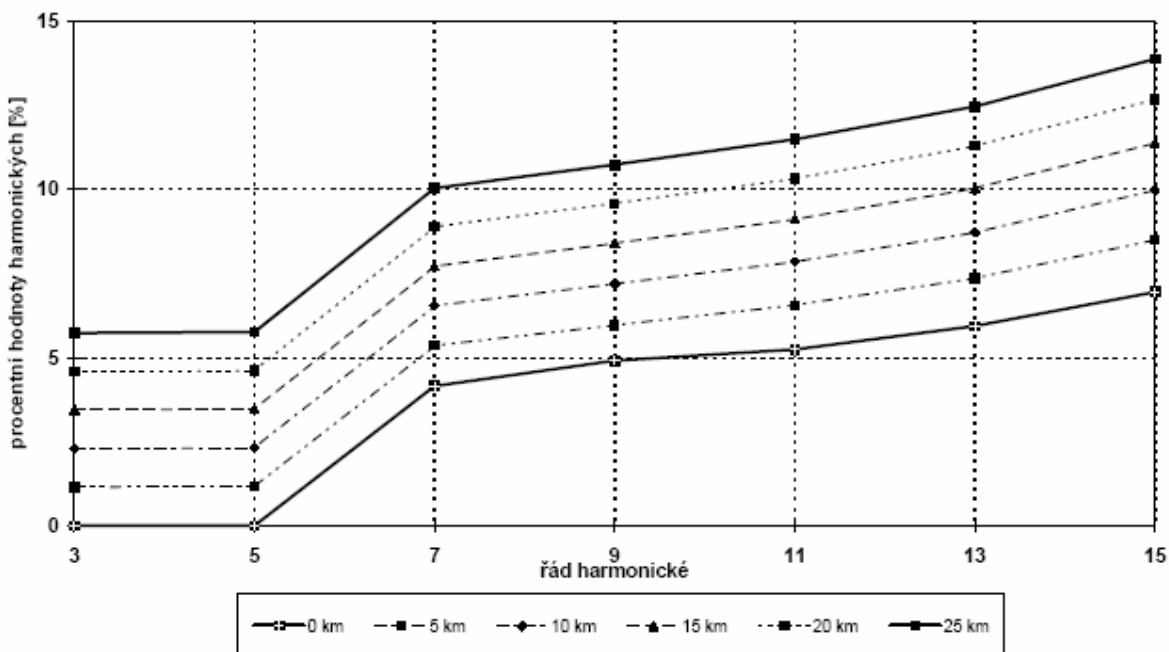
Obrázek č. 7 THD výstupního napětí TNS



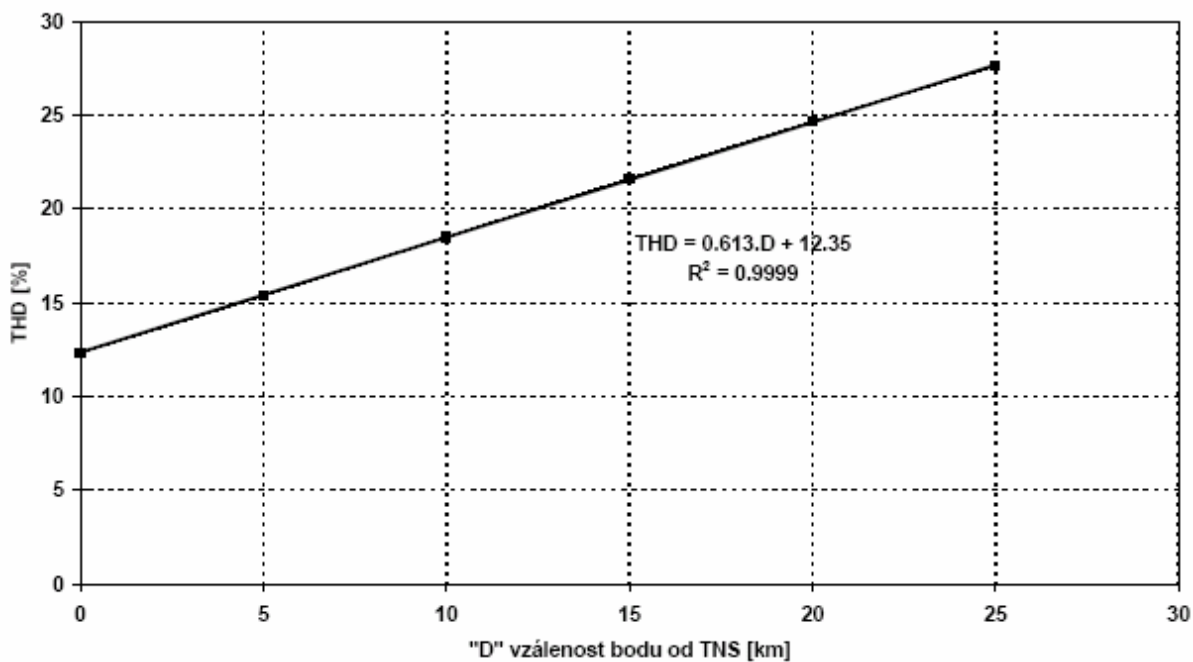
i) Lze konstatovat, že pro mezilehlé body na délce napájeného úseku obsahujícího jedoucí hnací vozidlo budou hodnoty jednotlivých napěťových harmonických i hodnoty THD ležet mezi hodnotami uvedenými na těchto obrázcích. THD v napětí na trakčně nezátíženém TV však bude v celé jeho délce vykazovat stejnou hodnotu jako na výstupu TNS. Situaci popisuje pro napěťové harmonické, pro zvolenou délku dvoukolejného úseku 25 kV

a hnací vozidlo na jeho konci **obrázek č. 8**. I pro tento obrázek platí, že spojnice vypočtených bodů jsou určeny pouze pro orientaci o průběhu hledané závislosti a nelze je použít např. pro interpolaci. Hodnoty THD jsou pak pro stejné zvolené výchozí parametry vyneseny na **obrázku č. 9**.

Obrázek č. 8 Harmonické v napětí TV pro délku 25 km a hnací vozidlo na konci úseku

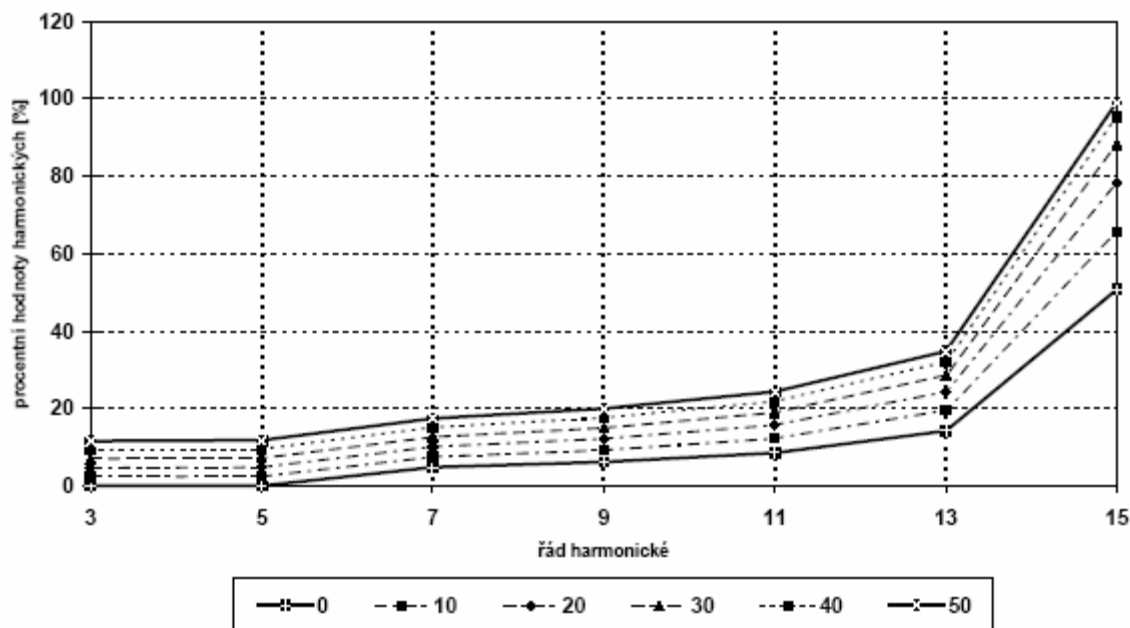


Obrázek č. 9 THD v napětí TV pro délku 25 km a hnací vozidlo na konci úseku

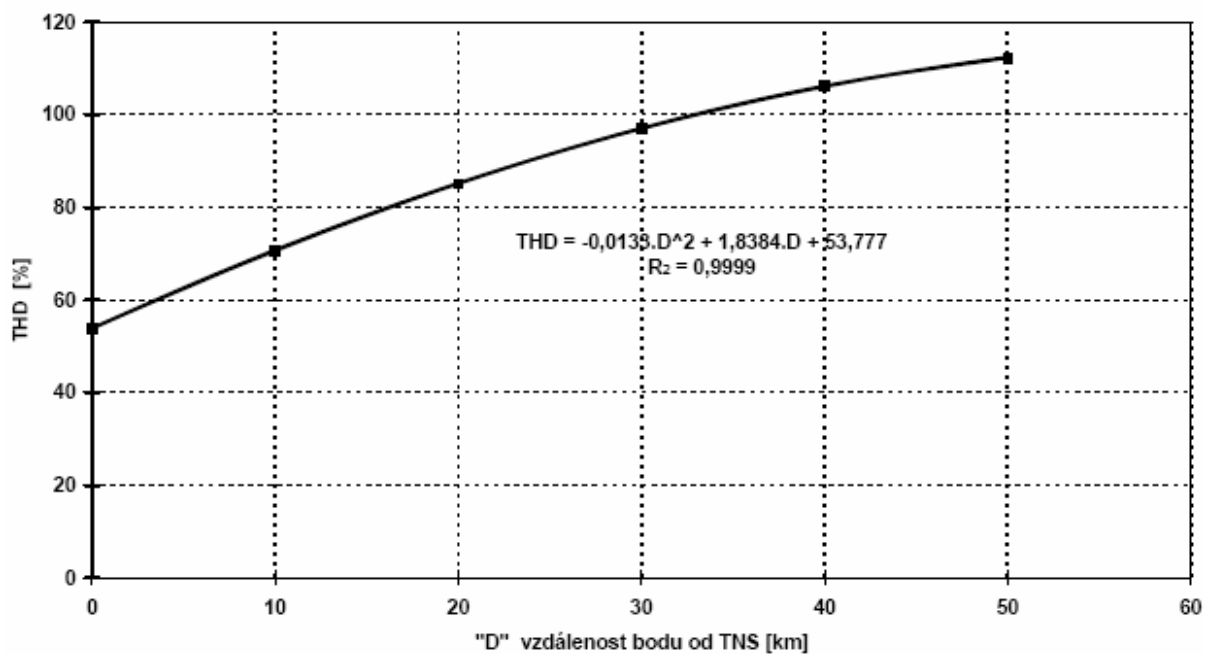


j) Podobně vznikly **obrázky č. 10** a **č. 11**, které však platí pro délku napájeného úseku 50 km.

Obrázek č.10 Harmonické v napěti TV pro jeho délku 50 km, v různých bodech úseku a pro hnací vozidlo na konci úseku

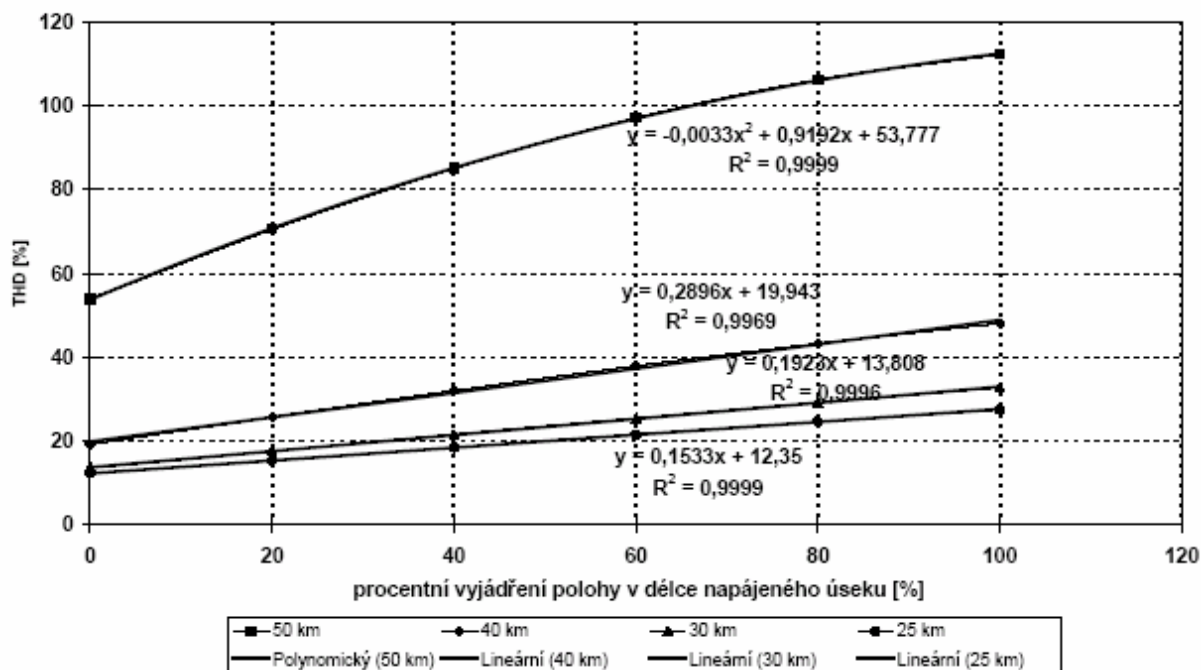


Obrázek č. 11 THD v napěti TV pro délku 50 km a hnací vozidlo na konci úseku



k) Na **obrázku č. 12** jsou vyneseny křivky závislosti hodnot činitele THD pro jednotlivé délky napájeného úseku TV (od 25 km do 50 km) s hnacím vozidlem na jeho konci, kde však na vodorovné ose je procentní vyjádření polohy daného místa. Navíc jsou všechny znázorněné průběhy doplněny regresními křivkami a jejich rovnicemi včetně míry spolehlivosti R^2 této náhrady.

Obrázek č. 12 THD v napětí TV pro jednotlivé polohy v délce napájeného úseku



d) V textu všech tří etap analýzy jsou odvozeny výpočtové výrazy, dovolující případné rozšíření sledovaných rozmezí jak frekvencí, tak i délek či základní harmonické proudu hnacího vozidla. Jako příklad pro aplikaci těchto výrazů je připojen podrobný postup výpočtu pro 7. harmonickou.

Literatura:

- [1] SBB/CFE: Überlagerungsversuche Zürich - Meilen - Rapperswil
ORE A 122, leden 1977
- [2] Burtscher H., Lekkas G.: Labormodell zur Untersuchung der Ausbreitung und Superposition von Oberschwingungen im Bahnnetz
Institut für Automatik und Industrielle Elektronik der ETH Zürich
ORE A 122, 1977
- [3] Zwicky R.: Zwischenbericht über die Untersuchungen zur Superposition von Oberschwingungen im Bahnnetz (Resultate aufbauend auf Messauswertungen)
Institut für Automatik und Industrielle Elektronik der ETH Zürich
ORE A 122, listopad 1977
- [4] Hlava K.: Elektromagnetická kompatibilita (EMC) drážních zařízení
Skriptum Univerzity Pardubice, 2004

Praha, březen 2005

Lektoroval: Ing. Jan Matějka

