

Karel Hlava<sup>1</sup>, Ladislav Mlynařík<sup>2</sup>

## Práce a výkon při rekuperaci

*Klíčová slova: jednofázová soustava 25 kV, 50 Hz, rekuperační brzdění, rekuperační výkon, rekuperační energie*

### Úvod

**Trakční napájecí soustava 25 kV, 50 Hz** je na ČD koncipována s důsledným využitím jednostranného napájení trakčního obvodu. Provozují se dva druhy jednostranného napájení, a to:

- napájení „T“, kde jeden trakční transformátor napájí oba směry traťových úseků s tím, že trakční napájecí stanice (TNS) obvykle leží přibližně uprostřed celkové délky napájeného úseku,
- napájení „L“, kdy jeden trakční transformátor napájí obě stopy TV jednoho jízdniho směru a druhý trakční transformátor pak obě stopy druhého jízdniho směru, přičemž oba trakční transformátory jsou připojeny na rozdílná sdružená napětí sítě 110 kV,
- v obou případech je jednofázový trakční transformátor připojen na sdružené napětí sítě 110 kV, kde příslušné fáze jsou dány vždy dohodou s dodavatelem elektrické energie.

Napájené úseky TV jsou ukončeny buď ve spínacích stanicích (u varianty „T“), nebo leží mezi TNS a spínací stanicí (u varianty „L“). Zásadně se však dodržuje, že obě jízdni stopy jednoho dvoukolejného traťového úseku jsou napájeny napětím ze stejného trakčního transformátoru. V místě spínacích stanic i před trakční napájecí stanicí jsou do TV vložena neutrální pole, aby se zamezilo překlenutí odlišných napěťových soustav při přejezdu sběrače hnacího vozidla.

Při rekuperačním brzdění rozlišujeme tři režimy brzdění, a to:

- brzdění udržovací, spádové,
- brzdění zpomalovací,
- brzdění zastavovací.

---

<sup>1</sup> doc. Ing. Karel Hlava, CSc., 1930, ČVUT Praha, specializace elektrická trakce, emeritní vedoucí oddělení EMC ve VÚŽ a TÚDC, externí učitel Univerzity Pardubice, Dopravní fakulty Jana Pernera.

<sup>2</sup> Ing. Ladislav Mlynařík, 1984, Dopravní fakulta Jana Pernera, Univerzita Pardubice, interní doktorand Katedry elektrotechniky a zabezpečovací techniky v dopravě DFJP

**Brzdění udržovací či spádové** se používá s výhodou na dlouhých klesáních trati, kde lze dosáhnout významných energetických úspor. V síti ČD se však podobné spády nevyskytují, a proto v dalším tomto režimu brzdění nebudeme věnovat pozornost.

**Brzdění zpomalovací** slouží ke snížení jízdní rychlosti jedoucí vlakové soupravy, tedy k omezení její kinetické energie dané v podstatě rozdílem jízdní rychlosti na začátku zpomalování a snížené jízdní rychlosti výsledné.

**Brzdění zastavovací** je mezním případem brzdění zpomalovacího, kdy se uplatňuje jako pomůcka pro zastavení vlakové soupravy s cílem vrátit celou kinetickou energii jedoucí soupravy zpět do sítě. Konstrukce trakčního měniče hnacích vozidel však neumožňuje využití režimu rekuperace až do zastavení hnacího vozidla. Při jisté jízdní rychlosti (obvykle cca 40 km/h) hnací vozidlo samočinně přepíná z režimu rekuperace na režim elektrodynamické brzdy s použitím přeměny zbytkové kinetické energie na teplo v brzdových odpornících hnacího vozidla.

**Kinetická energie** jedoucí vlakové soupravy je závislá na:

- celkové hmotnosti vlaku, dané součtem hmotnosti hnacího vozidla a vlastní vlakové soupravy,
- jízdní rychlosti na počátku brzdění,
- součiniteli rotujících hmot jak trakčních motorů, tak i dvojkolí vlakové soupravy.

Během brzdění se však část kinetické energie vlaku spotřebovává na krytí jízdních odporů.

V případě zastavovacího režimu brzdění se prvotní kinetická energie může rekuperací vrátit do napájecí soustavy zmenšená pouze o složku spotřebovanou během brzdění na krytí jízdních odporů. V případě zpomalovacího režimu brzdění se takto rekuperovatelná energie zmenšuje ještě o kinetickou energii odpovídající snížené jízdní rychlosti po ukončení brzděného režimu. Podobný stav nastává při samočinném přechodu rekuperačního brzdového režimu a režim elektrodynamické brzdy.

### **Počtetní analýza**

**Kinetická energie** jedoucího vlaku je dána výrazem

$$A_{\text{KIN}} = 1,072 \cdot \beta \cdot m_{\text{CELK}} \cdot V_{\text{POC}}^2 \cdot 10^{-2} \text{ [Wh]} \quad (1)$$

kde  $\beta$  je činitel rotujících hmot, kde pro jednoduchost budeme předpokládat stejnou hodnotu pro hnací vozidlo i pro dvojkolí vlakové soupravy a vezmeme střední hodnotu  $\beta \cong 1,07$

$m_{\text{CELK}}$  celková hmotnost vlaku [t], pro kterou platí výraz

$$m_{\text{CELK}} = m_{\text{HV}} + m_{\text{VS}} \quad (2)$$

$m_{\text{HV}}$  hmotnost hnacího vozidla [t]

$m_{\text{VS}}$  hmotnost vlakové soupravy [t]

$V_{\text{POC}}$  jízdní rychlost na počátku brzdění [km/h]

Měrný **jízdní odpor** je udáván větším počtem vzorců, z nichž zvolíme dva:

- pro elektrickou čtyřnápravovou lokomotivu ve tvaru:

$$p_{\text{HV}} = 5 + 0,0524 \cdot \left( \frac{V + 12}{10} \right)^2 \quad [\text{N/kN}] \quad (3)$$

kde  $V$  je příslušná jízdní rychlost [km/h]

- pro vlakovou soupravu ve tvaru

$$p_{\text{VS}} = 2,5 + 0,00034 \cdot V^2 \quad [\text{N/kN}] \quad (4)$$

- celkový měrný jízdní odpor kombinace hnacího vozidla a vlakové soupravy je dán výrazem

$$p_{\text{CELK}} = \frac{m_{\text{HV}} \cdot p_{\text{HV}} + m_{\text{VS}} \cdot p_{\text{VS}}}{m_{\text{HV}} + m_{\text{VS}}} \quad (5)$$

**Při výběhu** (bez použití vlakové brzdy) by se celá tato energie  $A_{\text{KIN}}$  spotřebovala na krytí jízdního odporu. Během toho by vlaková souprava ujela dráhu výběhu  $\ell_0$  [km], kterou určíme z trakční práce  $A_{\text{TRAK}}$  s použitím průměrného jízdního odporu odhadnutého pro střední jízdní rychlost během výběhu na rovné trati  $p_{\text{CELK},0}$  [N/kN].

Bude platit rovnice

$$A_{\text{TRAK}} = A_{\text{KIN}} = 2,724 \cdot m_{\text{CELK}} \cdot p_{\text{CELK},0} \cdot \ell_0 \quad [\text{Wh}] \quad (6)$$

kde  $A_{\text{TRAK}}$  je trakční práce užitečně vynaložená na ujetí výběhové dráhy  $\ell_0$  [km]

Z této rovnice plyne po úpravě pro **výběhovou dráhu**  $\ell_0$

$$\ell_0 = \frac{A_{\text{KIN}}}{2,724 \cdot m_{\text{CELK}} \cdot p_{\text{CELK},0}} \text{ [km]} \quad (7)$$

Při režimu **zastavovacího brzdění** lze ve smyslu výše uvedeného využít pro rekuperaci pouze rozdíl obou energií podle výrazu

$$A_{\text{REK}} = A_{\text{KIN}} - A_{\text{TRAK}} \quad (8)$$

což po dosazení z výrazů (1) a (6) dává pro největší rekuperovatelnou energii po úpravě

$$A_{\text{REK}} = m_{\text{CELK}} \cdot (1,072 \cdot \beta \cdot V_{\text{POC}}^2 \cdot 10^{-2} - 2,724 \cdot \ell_{\text{REK}} \cdot p_{\text{CELK},0}) \text{ [Wh]} \quad (9)$$

K výrazu (9) je vhodné dodat tyto poznámky:

- hodnota  $\ell_{\text{REK}}$  [km] je v podstatě závislá na dostupném rekuperačním výkonu, který může hnací vozidlo v tomto režimu poskytnout; čím větší rekuperační výkon je k dispozici, tím kratší bude i délka  $\ell_{\text{REK}}$ ,
- navazující číselné příklady ukáží, že vliv druhého členu ve výrazu (9) je ve srovnání s hodnotou prvního členu malý a v reálných provozních podmínkách by jej bylo pravděpodobně možno zanedbat,
- proto též není příliš na závadu, že měrný jízdní odpor během brzdění  $p_{\text{CELK},0}$  je brán pro střední rychlost během brzdění.

Při použití **zpomalovacího brzdného režimu** se výraz (9) pouze doplní o rozdíl jízdních rychlostí na počátku brzdění  $V_{\text{POC}}$  a na konci zpomalovacího brzdění  $V_{\text{KON}}$ . Pro tento režim brzdění pak dostaneme pro největší hodnotu rekuperovatelné energie výraz

$$\bar{A}_{\text{REK}} = m_{\text{CELK}} \cdot [1,072 \cdot \beta \cdot (V_{\text{POC}}^2 - V_{\text{KON}}^2) \cdot 10^{-2} - 2,724 \cdot \ell_{\text{REK}} \cdot p_{\text{CELK},0}] \quad (10)$$

Podívejme se nyní na hodnoty činného rekuperačního výkonu  $P_{\text{REK}}$  [W], který umožňuje hnací vozidlo. Na tomto výkonu je závislá v prvním přiblížení délka použití rekuperačního režimu brzdění  $t_{\text{REK}}$  [min.], která je dána za předpokladu konstantní hodnoty rekuperačního výkonu během celého brzdění výrazem

$$t_{\text{REK}} = \frac{A_{\text{REK}}}{P_{\text{REK}}} \cdot 60 \text{ [min.]} \quad (11)$$

### **Grafické pomůcky pro odhad rekuperační energie, rekuperačního výkonu a jeho trvání**

První grafická pomůcka je obsažena na **grafu č. 1**. Na tomto grafu lze snadno odečítat velikost kinetické energie  $A_{\text{KIN}}$  ve smyslu výrazu (1), je-li dána především celková hmotnost vlakové soupravy  $m_{\text{CELK}}$ . Pro jednoduchost byly při tabelování výrazu (1) použity tyto předpoklady:

- pro činitel rotujících hmot byla dosazena jako univerzální hodnota  $\beta \cong 1,07$ ,
- pro snížení kinetické energie  $A_{\text{KIN}}$  o energii  $A_{\text{TRAK}}$ , nutnou pro krytí jízdních odporů během brzdění, byl přijat předpoklad, že  $A_{\text{TRAK}} \cong 0,1 \cdot A_{\text{KIN}}$ .

Tímto postupem byl sestrojen **graf č. 1**. Jeho koncepce tedy dovoluje rychlý odhad velikosti energie, kterou za daných podmínek lze rekuperovat zpět do napájecí soustavy během celého průběhu **zastavovacího brzdového režimu**.

Navíc však tento graf dovoluje i rychlý odhad hodnoty rekuperovatelné energie při **zpomalovacím režimu brzdění**. Postačí totiž odečíst pro danou celkovou hmotnost vlakové soupravy  $m_{\text{CELK}}$ , která se během brzdění nemění, hodnotu  $A_{\text{KIN}}(V_{\text{POC}})$  odpovídající počáteční jízdní rychlosti  $V_{\text{POC}}$  a hodnotu energie  $A_{\text{KIN}}(V_{\text{KON}})$  odpovídající snížené jízdní rychlosti  $V_{\text{KON}}$ .

Stejným způsobem lze odhadnout i hodnotu rekuperovatelné energie za použití předpokladu, že hnací vozidlo přechází při jízdní rychlosti snížené během rekuperačního brzdění např. na 40 km/h z brzdového režimu rekuperačního na brzdový režim s použitím elektrodynamické brzdy.

Dále byl vypracován **graf č. 1A**, obsahující hodnoty rekuperovatelné energie pro větší rozsah hmotnosti vlakové soupravy.

Druhá grafická pomůcka je obsažena na **grafu č. 2**. Zde je možno jednoduše odhadnout délku dodávky rekuperované energie do napájecí soustavy  $t_{\text{REK}}$ , pokud známe rekuperační výkon hnacího vozidla  $P_{\text{REK}}$ , opět za výše uvedených předpokladů a navíc za předpokladu, že hnací vozidlo svojí regulací rekuperovaného výkonu udržuje jeho hodnotu na konstantní výši během celého brzdového období, což je pravděpodobné.

Závěrem nutno podotknout, že energie vracená v rekuperačním režimu brzdění do sítě 110 kV je energií jednofázovou a jí odpovídající proudy jsou vedeny pouze do dvou vodičů sítě 110 kV.

### Číselné příklady

Příklad č. 1:

#### Mějme:

- \* rekuperující hnací vozidlo s hmotností  $m_{HV} = 80 \text{ t}$
- \* vlakovou soupravu s hmotností  $m_{VS} = 420 \text{ t}$
- \* rekuperační brzdění se použije při rychlosti  $V_{POC} = 160 \text{ km/h}$

#### Pak dostaneme postupně:

- \* měrný jízdní odpor hnacího vozidla na rovině pro 80 km/h  $p_{HV} = 9,44 \text{ N/kN}$
- \* měrný jízdní odpor vlakové soupravy na rovině pro 80 km/h  $p_{VS} = 4,68 \text{ N/kN}$
- \* měrný jízdní odpor soupravy jako celku pro  $V=80 \text{ km/h}$   $p_{CELK,0} = 5,44 \text{ N/kN}$
- \* celková kinetická energie vlakové soupravy pro 160 km/h  $A_{KIN} = 146,8 \text{ kWh}$
- \* celková energie pro krytí jízdních odporů **do zastavení**  $A_{TRAK} = 7,41 \cdot \ell_{REK}$
- \* za předpokladu brzdné dráhy  $\ell_{REK} \approx 2\text{km}$  by platilo  $A_{TRAK} \approx 14,8 \text{ kWh}$
- \* pro rekuperaci zbývá podle (9) energie  $A_{REK} = 132,0 \text{ kWh}$
- \* což při rekuperačním výkonu  $P_{REK} \cong 3 \text{ MW}$  dává  $t_{REK} \approx 2,64 \text{ min.}$
- \* při **omezení rychlosti na 100 km/h** bude podle (10) a při délce, na které se rychlost snižuje,  $\ell_{REK} \approx 2\text{km}$   $\bar{A}_{REK} \cong 63,8 \text{ kWh}$
- \* což při uvedeném rekuperačním výkonu dává  $\bar{t}_{REK} \approx 1,28 \text{ min.}$

Příklad č. 2:

#### Mějme:

- \* rekuperující hnací vozidlo s hmotností  $m_{HV} = 80 \text{ t}$
- \* vlakovou soupravu s hmotností  $m_{VS} = 550 \text{ t}$
- \* rekuperační brzdění se použije při rychlosti  $V_{POC} = 160 \text{ km/h}$
- \* rekuperační brzdění se přerušuje při rychlosti  $V_{KON} = 40 \text{ km/h}$

#### Pak dostaneme postupně:

- \* měrný jízdní odpor hnacího vozidla na rovině pro 100 km/h  $p_{HV} = 11,57 \text{ N/kN}$
- \* měrný jízdní odpor vlakové soupravy na rovině pro 100 km/h  $p_{VS} = 5,90 \text{ N/kN}$
- \* měrný jízdní odpor soupravy jako celku pro  $V=100 \text{ km/h}$   $p_{CELK,0} = 6,62 \text{ N/kN}$

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| * celková kinetická energie vlakové soupravy pro 160 km/h                 | $A_{KIN,P} = 185,0 \text{ kWh}$      |
| * celková kinetická energie na konci rekuperace pro 40 km/h               | $A_{KIN,K} = 11,56 \text{ kWh}$      |
| * za předpokladu brzdné dráhy $l_{REK} \approx 1,5 \text{ km}$ by platilo | $A_{TRAK} \approx 17,04 \text{ kWh}$ |
| * pro rekuperaci zbývá podle (10) energie                                 | $\bar{A}_{REK} = 156,4 \text{ kWh}$  |
| * což při rekuperačním výkonu $P_{REK} \approx 3 \text{ MW}$ dává         | $t_{REK} \approx 3,13 \text{ min.}$  |

Příklad č. 3:

**Mějme:**

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| * rekuperující hnací vozidlo s hmotností       | $m_{HV} = 80 \text{ t}$     |
| * vlakovou soupravu s hmotností                | $m_{VS} = 2000 \text{ t}$   |
| * rekuperační brzdění se použije při rychlosti | $V_{POC} = 80 \text{ km/h}$ |
| * rekuperační brzdění se přeruší při rychlosti | $V_{KON} = 40 \text{ km/h}$ |

**Pak dostaneme postupně:**

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| * měrný jízdní odpor hnacího vozidla na rovině pro 60 km/h                | $p_{HV} = 7,72 \text{ N/kN}$        |
| * měrný jízdní odpor vlakové soupravy na rovině pro 60 km/h               | $p_{VS} = 3,72 \text{ N/kN}$        |
| * měrný jízdní odpor soupravy jako celku pro $V=60 \text{ km/h}$          | $p_{CELK,0} = 3,88 \text{ N/kN}$    |
| * celková kinetická energie vlakové soupravy pro 80 km/h                  | $A_{KIN,P} = 152,7 \text{ kWh}$     |
| * celková kinetická energie na konci rekuperace pro 40 km/h               | $A_{KIN,K} = 38,2 \text{ kWh}$      |
| * za předpokladu brzdné dráhy $l_{REK} \approx 1,5 \text{ km}$ by platilo | $A_{TRAK} \approx 33,0 \text{ kWh}$ |
| * pro rekuperaci zbývá podle (10) energie                                 | $\bar{A}_{REK} = 81,6 \text{ kWh}$  |
| * což při rekuperačním výkonu $P_{REK} \approx 3 \text{ MW}$ dává         | $t_{REK} \approx 1,63 \text{ min.}$ |

Takto vypočtené závěrečné hodnoty lze získat také použitím obou připojených grafických pomůcek.

### **Seznam příloh**

- Graf č.1:** Závislost rekuperovatelné energie na hmotnosti soupravy a počáteční rychlosti pro rozsah hmotnosti do 1200 t
- Graf č.1A:** totéž, ale pro rozsah hmotnosti do 2100 t
- Graf č. 2:** Závislost trvání režimu rekuperace na rekuperované energii při daném výkonu rekuperace

### **Literatura**

1. Jansa Fr.: Trakční mechanika a energetika kolejové dopravy, Praha, 1959
2. Jansa Fr.: Dynamika a energetika elektrické trakce, NADAS, 1980

V Praze, srpen 2009

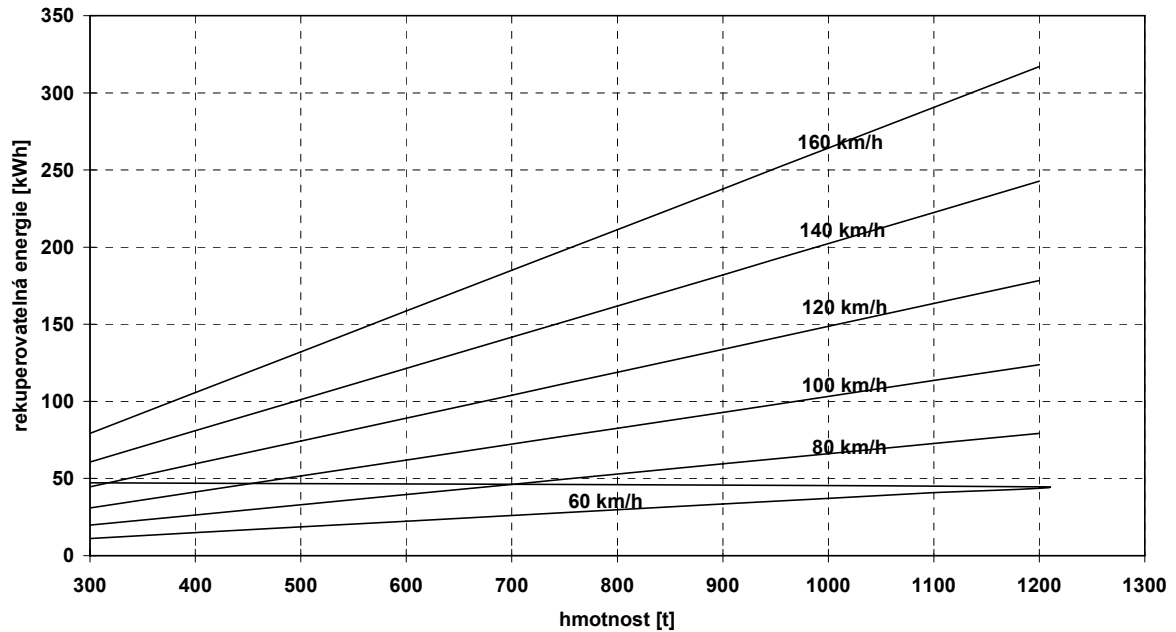
Lektoroval: Ing. Jiří Šimánek

SŽDC, s.o.

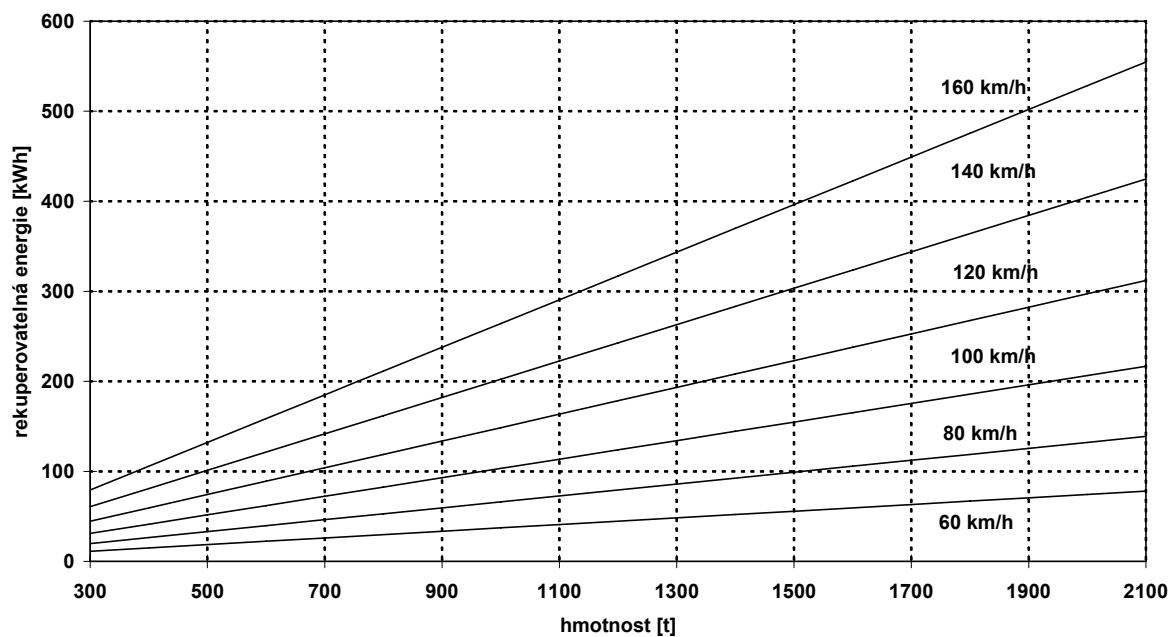


Přílohy

Graf č.1 - Závislost rekuperovatelné energie na hmotnosti soupravy a počáteční rychlosti pro rozsah hmotnosti do 1200 t



Graf č.1A - Závislost rekuperovatelné energie na hmotnosti soupravy a počáteční rychlosti pro rozsah hmotnosti do 2100 t



Graf č.2 - Závislost trvání režimu rekuperace na rekuperované energii při daném výkonu rekuperace

